



**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX
DE L'ECONOMIE ET DE L'INDUSTRIE**

SESSION 2020

EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE DU MARDI 8 SEPTEMBRE 2020

EPREUVE N° 2 : MATHEMATIQUES - PHYSIQUE - CHIMIE

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information. Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

**Physique : 1 annexe à rendre avec l'exercice 3 (papier millimétré)
Chimie : 1 annexe est à rendre avec l'exercice 1 (papier millimétré)**

REMARQUES IMPORTANTES :

- Les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.
- Le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet de 8 pages.

TOUTE NOTE INFÉRIEURE A 6 SUR 20 EST ELIMINATOIRE

Premier exercice

On étudie, en fonction du temps t , la concentration C d'alcool dans le sang (taux d'alcoolémie) de Monsieur Dupont qui est une personne de corpulence moyenne ayant bu deux verres de rhum.

La concentration C est exprimée en gramme par litre et t en heure.

On admet que la concentration C d'alcool dans son sang est modélisée en fonction du temps t par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(t) = 2t e^{-t}$$

1°/

a. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

b. Déterminer la limite de $f(t)$ quand t tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat obtenu.

2°/ Calculer $f'(t)$. En déduire les variations de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

3°/ À quel instant la concentration d'alcool dans le sang de Monsieur Dupont est-elle maximale ? Quelle est alors sa valeur ? Arrondir à 10^{-2} près.

4°/ Monsieur Dupont, qui est un conducteur confirmé, veut savoir au bout de combien de temps il peut prendre sa voiture. On rappelle que, pour un conducteur confirmé, la législation autorise une concentration maximale d'alcool dans le sang de $0,5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

a. Montrer qu'il existe deux réels t_1 et t_2 tels que $f(t_1) = f(t_2) = 0,5$.

b. Quelle durée minimale Monsieur Dupont doit-il attendre avant de pouvoir prendre le volant en toute légalité ? Donner le résultat arrondi à la minute la plus proche *.

* on pourra utiliser la méthode de dichotomie qui permet d'obtenir une valeur approchée d'un zéro d'une fonction. Elle consiste à effectuer des partages successifs d'un intervalle en deux intervalles de même longueur puis à déterminer le sous-intervalle dans lequel existe le zéro de la fonction.

Deuxième exercice

Une machine fabrique des fers dont le diamètre théorique est 25 mm . On prélève un échantillon de 100 pièces prises au hasard dans la production.

Le tableau ci-dessous donne la répartition des mesures en mm des diamètres suivant 4 classes:

Classe (mm)	$]24,2 ; 24,6]$	$]24,6 ; 25,0]$	$]25,0 ; 25,4]$	$]25,4 ; 25,8]$
Effectif	10	50	5	35

On appelle d le diamètre en mm d'une pièce.

1°/ Combien de pièces ont-elles un diamètre inférieur ou égal à $25,0 \text{ mm}$?

2°/ Recopier sur votre copie d'examen et compléter le tableau suivant :

Valeurs prise par d	$d \leq 24,6$	$d \leq 25,0$	$d \leq 25,4$	$d \leq 25,8$
Effectif cumulé croissant				

3°/ Les effectifs cumulés croissants se représentent graphiquement par le polygone des effectifs cumulés croissants.

a. Construire ce polygone en plaçant l'origine des abscisses à $d = 24,2$.

b. Déterminer, par lecture graphique, l'abscisse M du point du polygone ayant pour ordonnée 50.

Comment appelle-t-on M ?

4°/ Déterminer une valeur approchée de M en utilisant une interpolation linéaire.*

5°/ Calculer le diamètre moyen des pièces de l'échantillon. On supposera que la répartition des pièces est uniforme au sein de chaque classe.

* L'interpolation linéaire est une méthode permettant de déterminer approximativement une valeur prise par une fonction continue entre deux points déterminés. Elle consiste à utiliser la fonction affine $f(x) = ax + b$ passant par les deux points déterminés.

Exercice 1 – Filtres anti-reflets

Sept français sur 10 de plus de 20 ans portent des lunettes de vue. Ces lunettes sont de nos jours toujours vendus avec des filtres antireflets. Cet exercice porte sur la conception et les performances d'un revêtement antireflets.

- 1) On considère une onde lumineuse, dans l'air, arrivant sur une plaque de verre (d'indice réfraction $n=1,5$) avec une incidence quasi normale. Ecrire le bilan optique liant la quantité de lumière transmise (T) et celle réfléchi(R) au niveau de l'interface verre-air. Qu'en conclure sur le double avantage des antireflets ?
- 2) On dépose maintenant sur la face avant du verre (celle que la lumière rencontrera en premier), une fine couche (d'épaisseur t) d'un revêtement transparent d'indice n_c ($n_c < 1,5$). Exprimer la différence de chemin entre l'onde réfléchi à l'interface air-verre et l'onde réfléchi à l'interface revêtement-verre.
- 3) On appelle Ψ_1 l'onde réfléchi à l'interface air-revêtement et Ψ_2 l'onde réfléchi à l'interface revêtement-verre. Ces ondes peuvent s'écrire sous la forme :
 $\Psi_1 = E_1 \sin(kx - \omega t + \varepsilon_1)$
 $\Psi_2 = E_2 \sin(kx - \omega t + \varepsilon_2)$
Donner la signification de k , ω et ε .
- 4) On peut montrer que l'onde résultante de la somme de ces 2 ondes est une onde sinusoïdale d'amplitude E avec :
 $E = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(2\pi \cdot \text{OPD} / \lambda)$
où OPD est la différence de chemin optique, c'est-à-dire la différence de chemin (Qn_2) multipliée par l'indice du matériau. En déduire l'épaisseur minimum du revêtement pour minimiser les réflexions (on suppose $E_1 = E_2$).
- 5) En déduire pourquoi les verres avec un antireflets présentent un reflet violet sous certaines orientations. On se rappellera que le pic de sensibilité de l'œil humain est dans le jaune-vert.

Exercice 2 – Caméra thermique

La loi de Planck permet de calculer la puissance émise par un objet, par unité de surface, par unité d'angle solide, par unité de longueur d'onde :

$$W = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)}$$

où c est la vitesse de la lumière, h la constant de Planck (en Joule.seconde), k la constante de Boltzmann (en Joule par Kelvin), T la température et λ la longueur d'onde.

- 1) En quelles unités s'exprime W ? Vérifier que la formule ci-dessus permette bien de retrouver ces unités.
- 2) Le pic d'émission est donné par la formule de Wien

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} (\mu m)$$

Peut-on trouver dans la nature une illustration simple de cette relation ?

- 3) Calculer à quelle longueur d'onde se trouve le pic d'émission pour le soleil (environ 6 000 K) et un objet à température ambiante (300K). Comparer si possible avec les valeurs du spectre visible.
- 4) Les appareils photos utilisent des capteurs à base de Silicium et ont donc une sensibilité plus grande que notre œil dans l'infrarouge. On peut ainsi observer sur l'écran de son smartphone la lumière émise par une télécommande qui est autrement invisible à l'œil. Nos portables ne nous permettent cependant pas de distinguer un corps dans une obscurité totale au contraire d'une caméra thermique. Pourquoi ?
- 5) Proposer une expérience pour illustrer la différence de conductivité thermique entre une plaque de bois et une plaque de métal.

Exercice 3 – Circuit RL

On considère un circuit RL composé d'un générateur idéal de tension (E), d'un interrupteur K, d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine idéale d'inductance L. Un circuit RL peut être utilisé dans diverses applications, comme filtre passe-bas ou passe-haut, ou convertisseurs de courant continu.

- 1) Représenter le circuit en y faisant apparaître le sens du courant. Représenter par des flèches les tensions U_b aux bornes de la bobine et U_r aux bornes de la résistance (en utilisant la convention récepteur).
- 2) En quelles unités s'exprime l'inductance ?
- 3) Donner l'expression de U_b en fonction de i .
- 4) En posant $\tau=L/R$, écrire à partir de la loi des mailles, une équation différentielle liant i , τ , L et E.
- 5) Résoudre l'équation sans second membre puis donner une solution complète de l'équation. On considère que la tension délivrée par le générateur est nulle à $t=0$ puis constante ensuite.
- 6) Tracer $i(t)$ et commenter. (papier millimétré ci-joint à rendre avec la copie d'examen)

EXERCICE I : LES MOLECULES

1. Technique d'analyse

Identification des constituants d'un mélange par chromatographie couche mince (CCM). La figure 1 rappelle le principe de la technique.

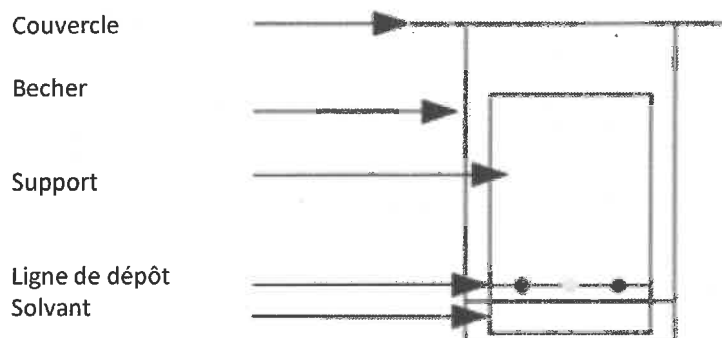


Figure 1 : Principe de la CCM.

La figure 2 présente un résultat d'expérience.

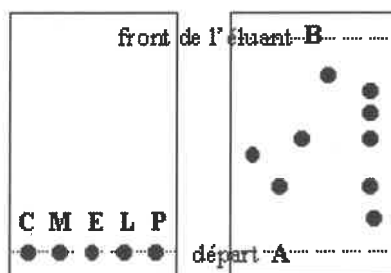


Figure 2 : Expérience sur un produit P.

Sur la ligne A on dispose des gouttes de citral (C), de menthol (M), d'eucalyptol (E), de limonène (L), du produit à analyser (P). Après élution et révélation on obtient l'aspect de la plaque de droite.

1. Quel est le principe de la technique ?
2. Faut-il que le niveau de l'éluant dans le récipient utilisé soit plus élevé que la ligne A sur laquelle on a disposé les réactifs ? Pourquoi ?
3. Le produit ne contient pas de citral. Pourquoi ?
4. Le produit est un mélange d'au moins 5 corps différents. Pourquoi ?

2. Calcul d'incertitude

On rappelle que la composition molaire d'un mélange binaire est définie par $x_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$.
La préparation du mélange est effectuée par pesée. On désigne par m_1 et m_2 les masses des composés 1 et 2. La précision de la balance est donnée par $\pm a$.

Déterminez l'incertitude $u(x_1)$ en fonction de la précision de la balance.

3. Structures moléculaires

1. Soit l'oxygène O_8^{16} . Combien l'oxygène comporte-t-il d'électrons ? De neutrons ?
Pouvez-vous identifier ses plus proches voisins ?
Donnez la structure électronique de cet élément et son schéma de Lewis.

2. Soit le carbone C_6^{12} . Combien le carbone comporte-t-il d'électrons ? De neutrons ?
Pouvez-vous identifier ses plus proches voisins ?
Donnez la structure électronique de cet élément et son schéma de Lewis.

3. Soit la molécule de dioxyde de carbone. Quelle est sa structure ? Justifier.

4. Atomistique

Le dioxyde de carbone est un gaz à la température de 20°C et à la pression atmosphérique (1.013 bar).

1. Quel est le volume molaire ? On utilisera la loi des gaz parfaits.
2. Quelle est la distance moyenne entre les molécules de dioxyde de carbone. On supposera que les molécules sont ponctuelles, les distances étant celles de centre à centre de deux molécules.

Données : Nombre d'Avogadro : 6.022×10^{23} molécules dans une mole.
Masse atomique du carbone : 12 g/mol, masse atomique de l'oxygène : 16 g/mol

5. Diagrammes de phases

On se propose d'étudier le diagramme de phase du dioxyde de carbone.

Les caractéristiques sont les suivantes :

Température critique : 304.13 K
Pression critique : 73.773 bar
Température du point triple : 216.59 K
Température d'ébullition : 194.69 K

5.1. Etude des pressions de vapeur saturantes

Le tableau 1 suivant donne des valeurs de pression de vapeur saturante.

Tableau 1 : Valeurs des pressions de vapeur saturante du CO₂.

Température/K	Pression/MPa
298	6.4121
293	5.7089
273	3.4713
263	2.6374
253	1.9605
243	1.4206
233	0.99896
223	0.67819
220	0.59913

A partir d'une loi type $\ln(P) = A + \frac{B}{T}$, déterminer les paramètres A et B. Quelle est la valeur de la pression à la température du point triple ? Qu'en déduisez-vous ?

5.2. Tracer le diagramme de phases du dioxyde de carbone et identifier les domaines de prédominance des phases solide, liquide, vapeur et supercritique. Comment appelle t'on la transition solide vers vapeur ? **(papier millimétré ci-joint à rendre avec la copie d'examen)**

EXERCICE II : Chimie organique

1. Donner la formule développée du :

- Propanol
- Acide propanoïque
- 2 methyl cyclohexane
- Toluene
- Ethanoate de Methylene
- Methyl diethanolamine

2. Identifier les fonctions chimiques des molécules présentées dans la figure 3 et donnez leurs noms.

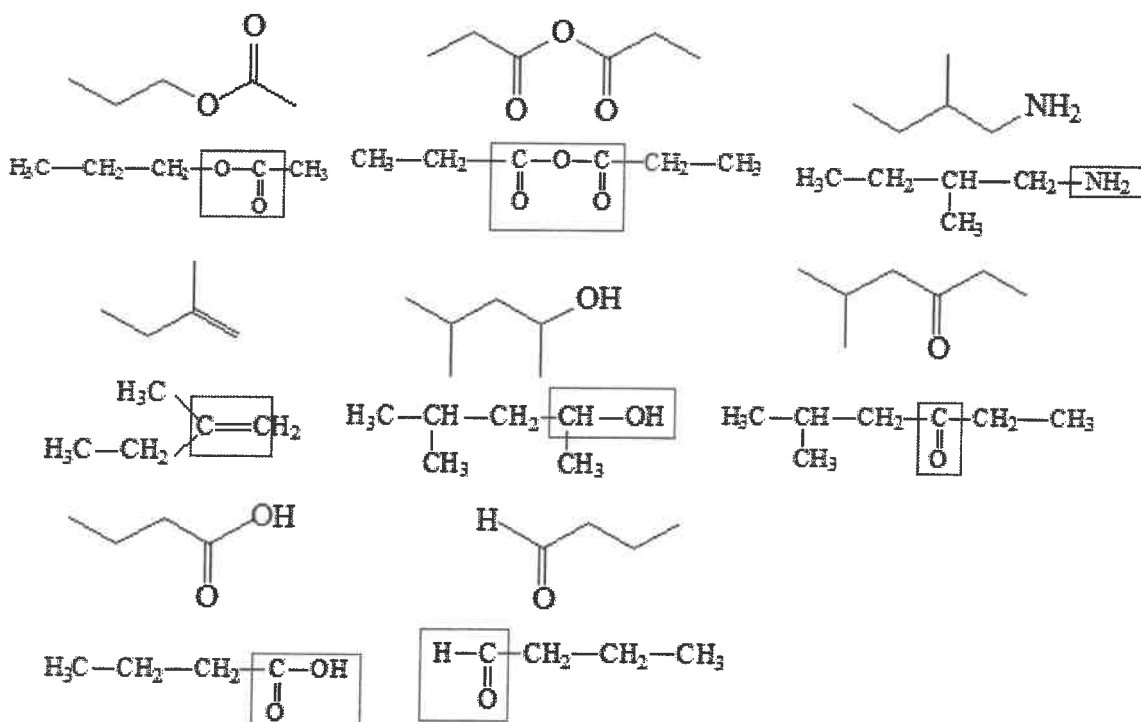


Figure 3 : Molécules à fonctions chimiques à identifier.

3. Qu'obtient-on par déshydratation intermoléculaire du propan-2-ol ?