



MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE
ET DES FINANCES

MINISTÈRE DE L'ACTION
ET DES COMPTES PUBLICS

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX DE L'ÉCONOMIE ET DE L'INDUSTRIE

SESSION 2019



ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ DU LUNDI 7 OCTOBRE 2019



ÉPREUVE N° 2 : MATHÉMATIQUES - PHYSIQUE - CHIMIE

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information.

Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

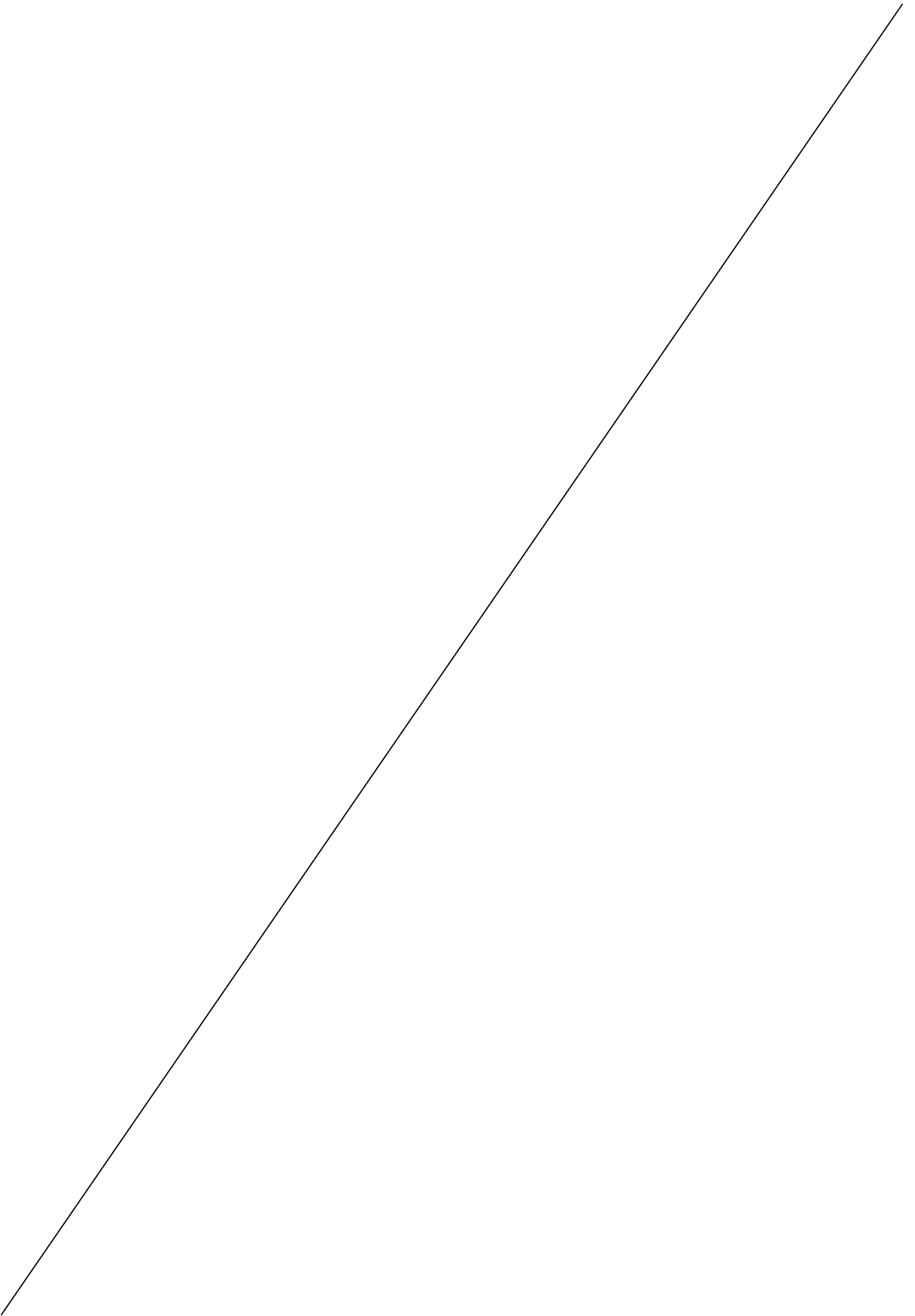
Le sujet comporte 7 pages dont :
1 annexe à rendre avec le devoir (épreuve de physique-chimie)
ainsi qu'1 feuille de papier millimétré à rendre avec votre devoir.
(Exercice 1 de mathématiques)

Les exercices sont indépendants les uns des autres et peuvent être réalisés dans l'ordre de votre choix.

REMARQUES IMPORTANTES :

- Les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.
- Le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet.

TOUTE NOTE INFÉRIEURE A 6 SUR 20 EST ÉLIMINATOIRE



Premier exercice

Soit un circuit comprenant un générateur de force électromotrice E , une bobine de résistance R et d'inductance L et un interrupteur. Au bout du temps t , après la fermeture de l'interrupteur, on démontre que l'intensité du courant est donnée par l'expression :

$$i(t) = I \left(1 - e^{-\frac{1}{k}t} \right)$$

Avec $I = \frac{E}{R}$ et $k = \frac{L}{R}$ appelé constante de temps.

On se propose d'étudier la fonction $i : t \rightarrow I \left(1 - e^{-\frac{1}{k}t} \right)$ dans l'intervalle $[0; +\infty[$.

On note (\mathcal{C}) la représentation graphique de la fonction i dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1.** Calculer $i(0)$.
- 2.** Déterminer la limite de $i(t)$ quand t tend vers $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (\mathcal{C}) ?
- 3.** Calculer la dérivée de la fonction i .
En déduire le tableau de variation de i sur $[0; +\infty[$.
- 4.** Déterminer une équation cartésienne de la tangente (\mathcal{T}) à la courbe au point d'abscisse $t = 0$.
- 5.** Construire dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (\mathcal{C}) ainsi que la tangente (\mathcal{T}) .

On choisira pour le dessin $I = 1$ et $k = \frac{1}{2}$.

- 6.** A partir de quel temps (exprimé à l'aide de k) peut-on affirmer que $i(t)$ sera supérieur à $\frac{99}{100}I$?

Deuxième exercice

\mathbb{C} désigne l'ensemble des nombres complexes. On rappelle que $i^2 = -1$.

On considère les deux nombres complexes $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$.

- 1.** Déterminer le module et un argument de z_1 puis de z_2 .
- 2.** Calculer z_1^3 puis z_2^3 .
- 3.** En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation (E) : $z^3 = 1$.
- 4.** Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, construire les points dont les affixes respectives sont les 3 solutions de (E).
- 5.** Démontrer que le triangle obtenu est un triangle équilatéral dont on précisera la longueur d'un côté.

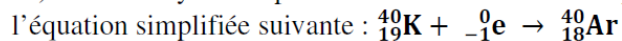
Exercice I : Datation d'une roche volcanique

Pour dater des roches très anciennes, on peut utiliser la méthode de datation « potassium-argon ». L'argon est un gaz monoatomique et ne réalise pas de liaisons chimiques. Pour ces deux raisons, on ne le trouve pas dans une roche en fusion car sa tendance naturelle serait de s'en échapper. Lorsqu'une roche se solidifie, on estime alors qu'elle ne contient pas d'argon. C'est l'instant $t = 0$ dit « fermeture du système ». Les roches volcaniques contiennent du potassium et en particulier un isotope radioactif le potassium 40. Certains atomes de potassium 40 se transforment en argon qui se trouve piégé dans la roche solidifiée.

Au cours du temps la quantité de potassium 40 décroît suivant deux modes de transformation spontanée :

1^{er} mode : **89,5 %** des noyaux de potassium 40 subissent une désintégration β^-

2nd mode : **10,5 %** des noyaux de potassium 40 subissent une capture électronique suivant



Pour dater une roche on utilise la relation : $\frac{N_{\text{Ar}}(t)}{N_{\text{K}}(t)} = 0,105 \times (e^{\lambda t} - 1)$ **relation 1**

dans laquelle $N_{\text{Ar}}(t)$ et $N_{\text{K}}(t)$ représentent respectivement le nombre de noyaux d'argon 40 et le nombre de noyaux de potassium 40 présents dans l'échantillon à l'instant t . λ représente la constante radioactive de cette réaction de capture électronique et vaut $\lambda = 5,81 \times 10^{-11} \text{ an}^{-1}$

Donnée : ${}_{18}^{40}\text{Ar}$, ${}_{19}^{39}\text{K}$, ${}_{19}^{40}\text{K}$, ${}_{20}^{40}\text{Ca}$

I.1. Quelle est la nature d'une particule β^- . Ecrire l'équation de la désintégration correspondant au premier mode de transformation, en précisant les lois utilisées.

I.2. Rappeler la définition de la demi-vie $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif puis calculer sa valeur pour le second mode de transformation

I.3. On se propose de retrouver la relation (1) ci-dessus. On appelle $N_{\text{K}}(0)$ le nombre de noyaux de potassium 40 lors de la « fermeture du système »

I.3.a. Rappeler la relation de décroissance radioactive entre $N_{\text{K}}(t)$, $N_{\text{K}}(0)$, et λ

I.3.b. Compte tenu de l'hypothèse de la seule capture électronique, quelle relation peut-on écrire entre le nombre $N_{\text{Ar}}(t)$ de noyaux d'argon formés, le nombre de noyaux $N_{\text{K}}(t)$ et $N_{\text{K}}(0)$.

I.3.c. En déduire qu'on peut écrire $N_{\text{Ar}}(t) = N_{\text{K}}(t) \times (e^{\lambda t} - 1)$

I.3.d. Pourquoi la relation correcte est-elle en fait **la relation 1** ?

I.4. Un **tuf volcanique** est une roche généralement tendre, résultant de la consolidation de débris volcaniques. Des ossements ont été trouvés entre deux couches de tuf volcanique. Pour dater ces ossements, on décide de faire un dosage isotopique de l'argon 40 et du potassium 40 dans un échantillon de chacun de ces tufs. Voici les résultats obtenus :

	Argon 40 en mol par gramme d'échantillon	Potassium 40 en mol par gramme d'échantillon
Tuf 1	$2,260 \times 10^{-11}$	$1,667 \times 10^{-7}$
Tuf 2	$2,242 \times 10^{-11}$	$2,604 \times 10^{-7}$

Calculer l'âge de chacun de ces tufs et estimer l'âge des ossements

Exercice II : Etude d'une huile moteur

L'huile moteur, utilisée pour la lubrification des moteurs à explosion, est une huile minérale, semi-synthétique ou synthétique, dérivée du pétrole et enrichie en additifs techniques. Elle lubrifie, nettoie, inhibe la corrosion, améliore l'étanchéité et contribue à évacuer la chaleur de friction et de combustion de façon à ce que les pièces du moteur restent dans les tolérances de fonctionnement.

L'un des paramètres importants pour une huile moteur est la variation de sa viscosité en fonction de sa température : la viscosité à froid ne doit pas être trop élevée pour assurer un bon démarrage (pompage facilité de l'huile) ; la viscosité à chaud (quelques minutes après le démarrage) ne doit pas être trop faible pour continuer à assurer une bonne lubrification du moteur, mais ne doit pas être non plus trop élevée car les frottements défavorisent les économies de carburant.

Un viscosimètre à chute de bille comporte un long tube, mobile autour d'un axe horizontal. Le tube comporte deux traits repères **a** et **b**. La distance entre ces deux repères est notée **d**.

On y introduit de l'huile de masse volumique ρ_h et une bille en acier de masse volumique ρ_b et de rayon calibré **R** tel que son diamètre soit inférieur au diamètre du tube. On rappelle que le volume **V** d'une sphère de rayon **R** s'exprime par la relation : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Le tube est muni d'une double enveloppe transparente dans laquelle circule de l'eau provenant d'un bain thermostaté.

On rappelle également la loi de Stokes pour une bille de rayon **R** en mouvement à la vitesse **v** dans un fluide de viscosité dynamique η : la force de frottement est opposée à la vitesse et son expression est : $f = 6\pi\eta Rv$

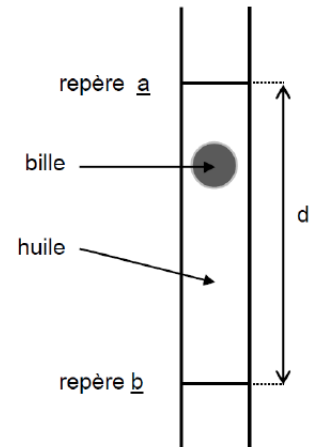


Schéma simplifié du tube central

II.1. Déterminer la dimension de la viscosité dynamique à l'aide de la loi de Stokes.

II.2. Sur le schéma 1 en annexe à rendre avec la copie, représenter les forces qui s'exercent sur la bille et les nommer.

II.3. Expliquer qualitativement pourquoi la bille atteint une vitesse limite. Vérifier que cette vitesse limite a pour expression : $v_{lim} = (\rho_b - \rho_h) \times \frac{2gR^2}{9\eta}$

II.4. Dans les conditions de l'expérience, la bille, lâchée au-dessus du premier repère, atteint sa vitesse limite dès le début du mouvement, avant d'atteindre le repère **a**.
Exprimer la vitesse limite de la bille, v_{lim} , en fonction de **d** et de Δt , durée de parcours entre les deux repères **a** et **b**.

II.5. Montrer alors que la viscosité dynamique peut s'écrire sous la forme : $\eta = (\rho_b - \rho_h) \times K \times \Delta t$ où l'on précisera l'expression littérale de **K**

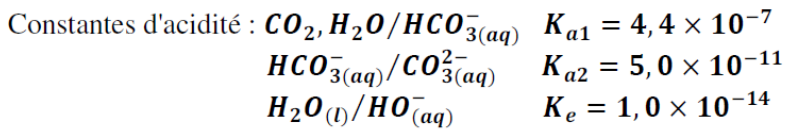
II.6. A 20 °C, on a mesuré une durée de chute $\Delta t = 6,7$ s et une masse volumique pour l'huile $\rho_h = 875 \text{ kg.m}^{-3}$. Calculer la viscosité dynamique de l'huile à cette température.

Données fournies par le constructeur de l'appareil : $K = 3,55 \times 10^{-6} \text{ Pa.m}^3.\text{kg}^{-1}$
 $\rho_b = 7,85 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Exercice III : Les canalisations en plomb

Le plomb métallique a été employé depuis l'antiquité en raison de sa grande malléabilité et ductilité ainsi que d'une relative résistance à la corrosion, en milieu non acide dans l'air et le sol, notamment pour la réalisation de conduites d'eau potable, de plaques de toiture et de gouttières. Cependant, l'eau en contact avec le plomb peut contenir des ions Pb^{2+} dont la toxicité est reconnue. Cet exercice comporte 2 parties indépendantes.

Données :



Produit de solubilité : $PbCO_3 \quad K_S = 8,0 \times 10^{-15}$

Masses molaires : $M_{Pb} = 207,2 \text{ g.mol}^{-1}$

Teneur limite autorisée du plomb dans l'eau destinée à la consommation humaine : $10 \mu\text{g.L}^{-1}$

Partie 1 : Atomistique

III.1.1. Donner la composition en protons, neutrons, électrons de l'atome de plomb $^{207}_{82}\text{Pb}$

III.1.2. Même question pour l'ion $^{207}_{82}\text{Pb}^{2+}$

Partie 2 : Teneur en plomb d'une eau

On se propose de prévoir le caractère potable ou non d'une eau en contact avec une canalisation en plomb. Les ions Pb^{2+} issus de la corrosion d'une paroi de canalisation en plomb peuvent réagir avec les anions carbonate CO_3^{2-} et former du carbonate de plomb solide. La solubilité du carbonate de plomb $PbCO_3$ formé dépend du pH de l'eau qui circule dans la canalisation.

III.2.1. Donner le diagramme de prédominance, en fonction du pH, des différentes espèces acido-basiques dérivées du dioxyde de carbone.

III.2.2. Écrire l'équation de la réaction prépondérante de dissolution du carbonate de plomb dans une eau de pH constant et égal à 7,5.

III.2.3. Exprimer la constante d'équilibre de cette réaction prépondérante K_{RP} en fonction du produit de solubilité K_S du carbonate de plomb, K_{a2} et K_e .
Calculer sa valeur numérique.

III.2.4. Calculer la concentration en ions hydroxydes. Donner la définition de la solubilité puis calculer la valeur de la solubilité s du carbonate de plomb à ce pH.

III.2.5. Calculer la teneur en plomb T_{Pb} (en $\mu\text{g.L}^{-1}$) et conclure sur la problématique étudiée, en se référant aux normes relatives à l'eau potable.

Exercice IV : Electroétamage

L'étamage est un procédé très couramment utilisé lors de la fabrication des boîtes de conserves employées pour l'alimentation. Le fer blanc utilisé est un acier recouvert d'étain sur les deux faces par voie électrolytique.

Données : masse molaire : $M(\text{Sn}) = 118,7 \text{ g.mol}^{-1}$

masse volumique de l'étain : $\rho = 7,3 \text{ g.cm}^{-3}$

couples oxydant/réducteur : $\text{Sn}_{(aq)}^{2+}/\text{Sn}_{(s)}$; $\text{O}_{2(g)}/\text{H}_2\text{O}_{(l)}$

$1 \text{ faraday} = 96500 \text{ C.mol}^{-1}$

On désire étamer une boîte rectangulaire sans couvercle dont les dimensions sont : longueur $L = 20 \text{ cm}$, largeur $l = 10 \text{ cm}$, hauteur $h = 5,0 \text{ cm}$. Pour réaliser un bon étamage, il faut déposer une épaisseur $e = 50 \mu\text{m}$ d'étain. L'électrolyte est une solution d'ions étain II, $\text{Sn}_{(aq)}^{2+}$. L'anode est en étain, la cathode est la boîte. Le générateur débite un courant continu d'intensité constante $I = 3,0 \text{ A}$.

IV.1. Faire un schéma du circuit en indiquant le sens du courant, l'anode et la cathode.

IV.2. Ecrire les demi réactions électroniques qui modélisent les transformations ayant lieu aux interfaces métal-solution des électrodes en précisant les électrodes concernées.

IV.3. Déterminer la surface S à étamer et la masse d'étain m à déposer sur la boîte

IV.4. Calculer la charge Q nécessaire puis la durée Δt de cette électrolyse

IV.5. Calculer la perte de masse Δm de l'anode

IV.6. Comment varie la concentration en ions étain II dans l'électrolyte ?

	Cadre réservé à l'administration
--	-------------------------------------

Nom du candidat

.....

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice II : Etude d'une huile moteur

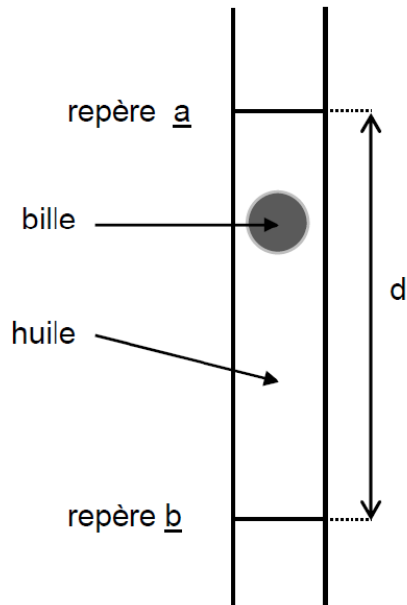


Schéma 1