



MINISTÈRE DES FINANCES
ET DES COMPTES PUBLICS

MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE,
DU REDRESSEMENT PRODUCTIF ET DU NUMÉRIQUE

**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX
DE L'ÉCONOMIE ET DE L'INDUSTRIE
*SESSION 2014***



ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ DU 15 AVRIL 2014



MATHÉMATIQUES - PHYSIQUE - CHIMIE



(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information.

Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

REMARQUES IMPORTANTES :

- les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.
- le candidat utilisera le papier millimétré mis à disposition pour la réalisation des graphiques demandés.
- il s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet.

TOUTE NOTE INFÉRIEURE À 6 SUR 20 EST ÉLIMINATOIRE

Partie Mathématiques

Problème 1

On considère la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé \mathcal{R} d'axes $x'Ox, y'Oy$ (unité : 2cm)

1°/ Déterminer la limite de $f(x)$ si x tend vers $+\infty$ puis la limite de $f(x)$ si x tend vers 0 par valeurs positives. Donner les équations des asymptotes de (C) .

2°/ Calculer la dérivée de la fonction f . En déduire le tableau de variations de f .

3°/ Construire la courbe (C) et ses asymptotes dans le repère \mathcal{R} .

4°/ Montrer que pour tout x supérieur ou égal à 1, on a :

$$0 \leq f(x) - 1 \leq \frac{1}{2}(x-1)$$

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite telle que :

$$u_0 = 2 \text{ et pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

5°/ Calculer u_1 et u_2 .

6°/ Montrer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

7°/ Que peut-on en déduire pour la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$?

Problème 2

Un commerçant reçoit de la part d'un fournisseur des ampoules électriques livrées par paquets de 6 ampoules. On admet que :

- Le carton d'emballage de 2% des paquets est abîmé ;
- 60% des paquets ayant un carton d'emballage abîmé contiennent au moins une ampoule cassée ;
- 95% des paquets ayant un carton d'emballage intact ne contiennent aucune ampoule cassée.

On choisit un paquet au hasard parmi la livraison.

On désigne par D l'événement : " le carton d'emballage est abîmé "

On désigne par C l'événement : " au moins une ampoule est cassée "

1°/ Déterminer la probabilité des événements suivants :

- $A_1 =$ "le carton d'emballage du paquet est intact"
- $A_2 =$ " le carton d'emballage du paquet est abîmé et aucune ampoule n'est cassée"

2°/ Calculer la probabilité de l'événement C .

En ce qui concerne les questions 1 et 2, on justifiera les résultats à l'aide des événements D et C .

3°/ Sachant qu'un paquet contient au moins une ampoule cassée, quelle est la probabilité que le carton d'emballage soit abîmé ?

Le commerçant dispose d'un stock de 10 paquets d'ampoules. Parmi ces 10 paquets, 2 paquets contiennent chacun au moins une ampoule cassée. Il choisit au hasard 4 paquets parmi le lot de 10 paquets, ces 4 paquets étant destinés à la vente.

4°/ Quelle est la probabilité que ces 4 paquets ne contiennent aucune ampoule cassée ?

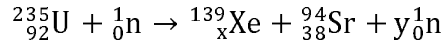
Note: les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles

Partie Physique

Exercice I : Fission et fusion nucléaire

I.1. Fission de l'uranium

On considère la réaction de fission de l'uranium suivante :



I.1.a. Déterminer les entiers x et y.

I.1.b. Déterminer l'énergie E, en Joule puis en MeV, libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

I.1.c. En déduire l'énergie E', en Joule, libérée par la fission d'une masse M = 1,00 kg d'uranium 235.

I.2. Fusion de l'hydrogène

I.2.a. L'hydrogène possède trois isotopes ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$ et ${}^3_1\text{H}$. Ecrire les différentes réactions qui, à partir de deux noyaux d'isotopes identiques ou différents, conduisent à la formation d'un noyau d'hélium accompagné ou non d'une ou plusieurs particules.

I.2.b. On s'intéresse plus particulièrement à la réaction suivante : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$. Déterminer l'énergie E, en Joule puis en MeV, accompagnant la production d'un noyau d'hélium.

I.2.c. En déduire l'énergie E', libérée par la fusion d'une masse M = 1,00 kg de mélange contenant le même nombre d'atomes des deux isotopes. On négligera la masse des électrons.

I.3. Comparaison des deux procédés

Reproduire le tableau suivant et cocher les cases correspondant aux réponses qui vous semblent correctes

	Fission	Fusion
Plus grande abondance des réserves de combustible		
Production moindre de déchets radioactifs		
Pas de risque d'emballement des réactions		
Technologie utilisée en production industrielle		

Données :

Noyau ou particule	${}_{92}^{235}\text{U}$	${}^x_{139}\text{Xe}$	${}_{38}^{94}\text{Sr}$	${}_0^1\text{n}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
Masse	235,044 u	138,918 u	93,915 u	1,009 u	2,013 u	3,015 u	4,001 u

$$1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad ; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad ; \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Exercice II : Energie solaire

On considère dans cet exercice que le Soleil, lorsqu'il est visible, apporte en moyenne une puissance de 750 W par mètre carré de surface horizontale. Le rendement des capteurs utilisés est de 12 %. Enfin, on estime que, compte tenu des jours, des nuits et des intempéries, le Soleil est visible 30 % du temps.

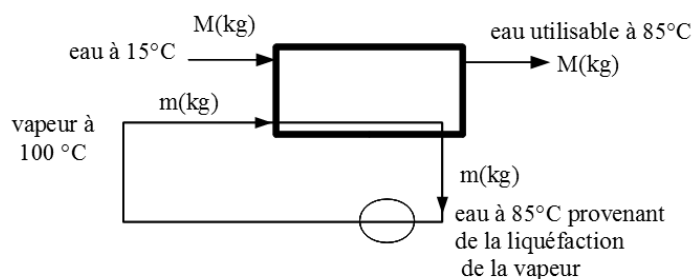
- II.1.** Déterminer l'énergie récupérable E_R par mètre carré de surface de capteur pour une année de 365 jours.
- II.2.** La consommation moyenne d'un habitant étant évaluée à 2 tonnes de pétrole par an et un kilogramme de pétrole fournissant une énergie moyenne de $4,2 \cdot 10^7$ J, calculer :
- II.2.a.** L'énergie E exprimée en Joule consommée par un habitant et par an ;
- II.2.b.** La surface S de capteurs nécessaires pour alimenter en énergie une ville d'un million d'habitants pendant un an.
- II.3.** En fait, l'ensemble des capteurs utilisés permet de recueillir en un an, sous forme électrique, une énergie de $1,2 \cdot 10^{17}$ J. Cette énergie est transportée vers la ville par une ligne électrique sous une tension de 200 kV efficace. Le facteur de puissance est estimé à $\cos \varphi = 0,95$.
- II.3.a.** Calculer la puissance électrique.
- II.3.b.** En déduire l'intensité efficace du courant électrique circulant en moyenne dans cette ligne.
- II.3.c.** La ligne électrique a une longueur totale de 40 km. On ne veut pas perdre plus de 10 % de l'énergie transportée par effet Joule. Calculer la résistance maximale de 1 km de ligne électrique.

Exercice III : Dispositif de chauffage

On considère un dispositif de chauffage de l'eau dans une installation industrielle. Captée à la température $\theta_1 = 15^\circ\text{C}$, l'eau doit chauffer à la température finale $\theta_2 = 85^\circ\text{C}$. Le dispositif est prévu pour réchauffer une masse $M = 1000$ kg d'eau par heure.

On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4\,190 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Le dispositif de chauffage comporte une chaudière qui produit par heure une masse m de vapeur d'eau à 100°C . Cette vapeur pénètre avec l'eau à réchauffer dans un échangeur supposé parfaitement calorifugé.



- III.1.** Calculer la quantité de chaleur Q_{eau} absorbée par 1000 kg d'eau dont la température passe de 15°C à 85°C . En déduire la puissance calorifique P_{eau} reçue par l'eau à réchauffer.

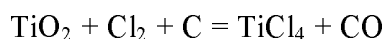
- III.2.** Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_1 échangée par une masse m de vapeur d'eau qui passe de l'état gazeux à l'état liquide à 100°C . (La chaleur latente de liquéfaction de la vapeur d'eau est $L = -2257,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$).
- III.3.** Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_2 échangée par la masse m d'eau provenant de la liquéfaction de la vapeur en passant de la température $\theta'_1 = 100^\circ\text{C}$ à la température $\theta'_2 = 85^\circ\text{C}$.
- III.4.** On considère le système formé par la masse M d'eau à réchauffer et la masse m de vapeur d'eau. On admet que ce système n'échange pas de chaleur avec l'extérieur (transformation adiabatique).
- III.4.a.** Ecrire l'équation calorimétrique reliant Q_{eau} , Q_1 et Q_2 .
- III.4.b.** En déduire la masse m de vapeur d'eau nécessaire pour faire passer de 15°C à 85°C la température de 1000 kg d'eau.
- III.5.** La chaleur est fournie par la combustion de fuel dans la chaudière. Chaque kilogramme de fuel brûlé donne une quantité de chaleur de $4,2 \times 10^7 \text{ J}$. En supposant le rendement de la chaudière égal à $0,80$, calculer la consommation horaire de fuel.

Partie Chimie

Exercice I : Métallurgie du titane

Le titane est un métal très léger utilisé pour fabriquer certains alliages pour l'aéronautique, la médecine...

I.1. Le minerai est tout d'abord transformé en dioxyde de titane TiO_2 . Cet oxyde réagit, à 800°C , sous atmosphère inerte, avec du dichlore Cl_2 en présence de carbone pour donner du tétrachlorure de titane TiCl_4 et du monoxyde de carbone CO suivant le bilan (non équilibré) :



I.1.a. Donner la structure électronique de l'atome de chlore.

I.1.b. Donner le schéma de Lewis de la molécule de dichlore.

I.1.c. Equilibrer l'équation de la réaction.

I.2. Le tétrachlorure de titane est ensuite réduit par du magnésium, sous vide et à 800°C . Les produits de la réaction sont le titane Ti et le chlorure de magnésium MgCl_2 .

I.2.a. Ecrire l'équation de la réaction.

I.2.b. Montrer que le magnésium est le réducteur. L'élément chlore est plus électronégatif que le titane et le magnésium.

I.3. Pour des applications médicales, une usine produit 200 tonnes de titane. Déterminer les masses de magnésium, de dioxyde de titane et de carbone nécessaires.

Données : Masses molaires en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ $M(\text{C}) = 12,0$; $M(\text{O}) = 16,0$; $M(\text{Ti}) = 47,9$; $M(\text{Mg}) = 24,3$
Numéro atomique : $Z = 17$ pour le chlore

Exercice II : Dureté d'une eau

La dureté d'une eau est due à la présence d'ions calcium et magnésium. Le degré hydrotimétrique $^\circ\text{TH}$ est une grandeur définie par la formule :

$$^\circ\text{TH} = ([\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}]) / 10^{-4}$$

On considère qu'une eau est dure si le degré hydrotimétrique est supérieur à 25.

II.1. Citer quelque(s) inconvénient(s) de l'usage industriel ou domestique d'une eau dure.

II.2.

II.2.a. Ecrire l'équation de dissolution du carbonate de calcium CaCO_3 dans l'eau.

II.2.b. Calculer la solubilité du carbonate de calcium à 25°C si son produit de solubilité vaut $K_s = 4,0 \times 10^{-9}$

II.2.c. La solubilité du carbonate de calcium vaut $s = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ à 85°C . En déduire l'influence de la température sur les dépôts calcaires.

II.3. La détermination de la dureté s'effectue usuellement à partir d'une grande quantité d'eau à laquelle on ajoute une solution tampon $\text{pH} = 9$ et un indicateur coloré le NET (noir ériochrome). En présence d'ions Ca^{2+} et Mg^{2+} , la coloration est rouge due à la formation d'un complexe. En l'absence d'ions, la couleur de l'indicateur est bleue. On verse une solution d'EDTA de concentration $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, dans un volume de 100 mL d'eau. On observe le changement de couleur du rouge au bleu pour un volume d'EDTA versé de 22 mL. La réaction se fait mole à mole.

II.3.a. Faire un schéma du dispositif expérimental de titrage.

II.3.b. Calculer la concentration totale en ions Ca^{2+} et Mg^{2+} .

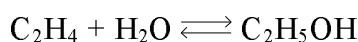
II.3.c. Calculer la dureté de l'eau. Conclure.

Exercice III : Synthèse de l'éthanol

On fabrique industriellement l'éthanol par hydratation de l'éthylène en présence d'un catalyseur (procédé Shell). On se propose d'étudier ici l'aspect thermodynamique de cette synthèse.

On fait réagir en phase gazeuse de l'éthylène (ou éthène) et de la vapeur d'eau pour produire de l'éthanol.

Cette réaction conduit à un équilibre de constante K , correspondant à l'équation bilan ci-dessous :



III.1. Réécrire l'équation bilan en utilisant les formules développées.

III.2. Cette réaction est-elle une addition ou une substitution ? Donner le mécanisme de la réaction.

III.3. Exprimer la constante K relative à l'équilibre précédent en fonction des pressions partielles.

III.4. Les réactifs étant introduits dans les proportions stœchiométriques, on appelle rendement noté α le nombre de moles d'éthanol formé par mole d'éthylène initial.

Montrer que la constante d'équilibre K s'exprime en fonction de α et de la pression totale p sous la forme

$$K = \frac{\alpha(2 - \alpha)}{p(1 - \alpha)^2}$$

III.5. Quelle est l'influence sur la valeur du rendement α

III.5.a. d'une élévation de température isobare ?

III.5.b. d'une élévation de pression isotherme ?

sachant qu'à $T = 400 \text{ K}$, l'enthalpie standard de réaction est $\Delta_r H^\circ = -42,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.