



MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE
ET DES FINANCES

MINISTÈRE DE L'ACTION
ET DES COMPTES PUBLICS

**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX
DE L'ECONOMIE ET DE L'INDUSTRIE**

SESSION 2018



EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE DU MARDI 3 AVRIL 2018



EPREUVE N° 2 : MATHEMATIQUES - PHYSIQUE - CHIMIE

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information.

Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Le sujet comporte 7 pages dont :

- . 1 annexe à rendre avec le devoir (épreuve de physique-chimie)**
- . ainsi qu'1 feuille de papier millimétré à insérer également dans la copie (épreuve de mathématiques)**

REMARQUES IMPORTANTES :

- Les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.**
- Le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet.**

TOUTE NOTE INFÉRIEURE A 6 SUR 20 EST ELIMINATOIRE

Mathématiques

Premier Problème

Soit f la fonction définie sur $[-\pi, \pi]$ par :

$$f(x) = 1 + \cos x$$

- 1.** Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f(\pi)$.
- 2.** Déterminer la dérivée de la fonction f .
En déduire le tableau de variations de f sur $[-\pi, \pi]$.
- 3.** Construire la courbe (C_f) représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(unités : 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées).

Si A et B sont deux réels, on désigne par $\min\{A, B\}$ le plus petit des nombres A et B .

Par exemple, $\min\{2, 4\} = 2$.

Dans ces conditions, on définit sur \mathbb{R} la fonction g telle que :

$$\text{Pour tout réel } x, \quad g(x) = \min\{1, 1 + \cos x\}$$

- 4.** Montrer que la fonction g est paire et qu'elle est périodique de période 2π .
- 5.** Soit (C_g) la courbe représentative de g dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Construire (C_g) sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.
- 6.** Calculer les intégrales : $I_0 = \int_{-\pi}^{\pi} g(x) dx$, $I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} g(x) \cos x dx$

Deuxième Problème

Suite au recensement effectué en 2007, l'INSEE a publié des données résumées présentées dans le tableau 1 ci-dessous :

	Hommes	Femmes	Ensemble
Population totale	30	33	63
Moins de 20 ans	8	8	16
20 à 64 ans	18	19	37
65 ans ou plus	4	6	10

Tableau 1- Recensement 2007, en millions (d'après INSEE)

Ces données ont été arrondies au million d'individus.

Les quantités demandées dans les questions ci-dessous seront arrondies à 10^{-2} près.

1. Un individu est sélectionné au hasard au sein de la population étudiée.

1.1 Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

1.2 Quelle est la probabilité que l'individu choisi ait au moins 65 ans ?

1.3 Quelle est la probabilité que l'individu choisi soit une femme d'au moins 65 ans ?

On précisera l'hypothèse permettant d'obtenir ces résultats.

2. On s'aperçoit que l'individu choisi est une femme. Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 65 ans ?

3. On choisit au hasard 12 individus au sein de la population. Compte-tenu de la taille de celle-ci, on supposera que les tirages sont effectués « avec remise ». On appelle X la variable aléatoire égale au nombre d'hommes figurant dans l'échantillon de 12 personnes.

3.1 Quelle est la loi de probabilité de X ? Donner son espérance et sa variance.

3.2 Quelle est la probabilité que l'on ait, parmi les 12 personnes choisies, autant d'hommes que de femmes ?

Physique-Chimie

Exercice I : Préparation du titane

Le dioxyde de titane (TiO_2) sert comme pigment ou opacifiant dans les peintures, les crèmes solaires, les dentifrices, les céramiques, les médicaments, etc. Le métal Ti, grâce à sa résistance mécanique et sa résistance à la corrosion, est utilisé dans le domaine aéronautique, industriel et médical (prothèses).

Le titane est obtenu en faisant réagir du dioxyde de titane TiO_2 avec du chlorure de calcium CaCl_2 en fusion dans un creuset en carbone avec une électrode en carbone.

Par application d'une tension, le chlorure de calcium se transforme en calcium qui réagit avec le dioxyde de titane pour former du titane et de l'oxyde de calcium CaO .

- I.1. Donner la structure électronique du titane et de l'oxygène. On donne les numéros atomiques $Z(\text{Ti}) = 22$ et $Z(\text{O}) = 8$. Quels ions sont susceptibles de former le titane et l'oxygène ?
- I.2. Les électronégativités du titane et de l'oxygène sont respectivement de 1,5 et 3,5. Caractériser la liaison interatomique dans l'oxyde.
- I.3. Ecrire l'équation de la réaction entre le calcium Ca et le dioxyde de titane TiO_2 .
- I.4. Montrer en utilisant les nombres d'oxydation que cette réaction est une réduction.
- I.5. Quelle masse $m(\text{TiO}_2)$ de dioxyde de titane doit-on utiliser pour préparer une masse $m(\text{Ti}) = 1,00 \text{ kg}$ de titane ?
- I.6. Quelle masse $m(\text{Ca})$ de calcium doit-on produire dans le creuset pour préparer le titane ?

Données :

Masses molaires atomiques en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$: $M(\text{Ti}) = 47,9$; $M(\text{O}) = 16,0$; $M(\text{Ca}) = 40,1$

Exercice II : Accumulateur « Ni-Cd »

Les accumulateurs Ni-Cd, interdits depuis 2006 dans les pays de l'union européenne comme accumulateurs « grand public » en raison de la présence de Cadmium, restent utilisés dans le domaine industriel.

Données :

*Potentiels standards des couples $\text{NiO}(\text{OH})/\text{Ni}(\text{OH})_2$ $E_1^0 = +0,49 \text{ V}$
 $\text{Cd}(\text{OH})_2/\text{Cd}$ $E_2^0 = -0,81 \text{ V}$*

Masse molaire du cadmium $M(\text{Cd}) = 112,4 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Charge d'une mole d'électron $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C}$

L'électrolyte est une solution d'hydroxyde de potassium.

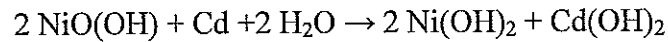
- II.1. Ecrire les deux demi-équations électroniques correspondant aux deux couples oxydants-réducteurs intervenant dans l'accumulateur.

II.2. Quel est l'oxydant le plus fort ? Le réducteur le plus fort ?

II.3. Donner la polarité de l'accumulateur.

II.4. Faire un schéma électrique (sur votre copie) de l'accumulateur associé à un conducteur ohmique en précisant le sens de déplacement des électrons de conduction et le sens conventionnel du courant électrique.

II.5. Montrer que l'équation de la réaction de fonctionnement s'écrit :



Un accumulateur Ni-Cd contient $m(\text{Cd}) = 500 \text{ g}$ de cadmium.

II.6. Calculer la quantité de matière $n(\text{Cd})$ de cadmium correspondant.

II.7. En déduire la quantité de matière d'électron $n(e^-)$ circulant lors du fonctionnement ainsi que la charge Q théorique que l'accumulateur est capable de fournir.

Exercice III : Extraction d'huiles végétales

L'huile de soja est extraite à partir de graines par solvant. Le principe de l'extraction consiste à faire couler en continu de l'hexane C_6H_{14} sur le produit à extraire, l'hexane se charge, alors en huile. Ce procédé permet de limiter la quantité de solvant à 1,5 L d'hexane pour extraire 1,0 kg d'huile. Le mélange d'hexane et d'huile est alors séparé par distillation à 70°C environ. Les vapeurs sont condensées et le liquide récupéré est décanté pour séparer l'eau de l'hexane.

III.1. Donner la formule développée, la formule semi-développée ainsi que l'écriture topologique de la molécule d'hexane.

III.2. Justifier que la molécule d'hexane soit apolaire et le choix d'un solvant apolaire pour l'extraction.

III.3. La masse molaire de l'hexane est de $M = 86,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et sa densité $d = 0,66$. Calculer la masse m puis la quantité de matière n d'hexane dans un volume $V = 1,5 \text{ L}$ d'hexane.

III.4. La distillation fractionnée s'effectue au laboratoire à l'aide du dispositif représenté en annexe 1. Annoter le dispositif à rendre avec votre copie.

III.5. La décantation s'effectue au laboratoire dans une ampoule à décanter. La représenter et y faire apparaître, en justifiant brièvement, les deux phases.

Exercice IV : Surveillance par drone

La surveillance par drones d'installations industrielles est utilisée dans le cas où l'accès à certaines zones est difficile ou dangereux ou lorsqu'une vue d'ensemble du site est nécessaire.

L'appareil photographique embarqué sur le drone peut être modélisé par :

- un objectif constitué d'une lentille mince (L) de distance focale $f' = 40 \text{ mm}$;
- un diaphragme circulaire de diamètre D ;
- un capteur photosensible CCD (charge coupled device) $6,17 \times 4,62 \text{ mm}$ sur lequel se forme l'image.

IV.1. La lentille est-elle convergente ou divergente ? Justifier brièvement.

IV.2. Faire un schéma (sur votre copie) de l'appareil photographique modélisé.

IV.3. A quoi correspondent les indications **6,17 x 4,62 mm** du capteur ?

Le drone est immobile à une altitude de **150 m**. L'appareil photographique est positionné sous le drone. On supposera que son plan reste parallèle à la surface du sol et que l'altitude est grande devant les hauteurs des bâtiments situés sur la parcelle de terrain photographiée.

IV.4. Rappeler les formules de conjugaison et de grandissement de Descartes.

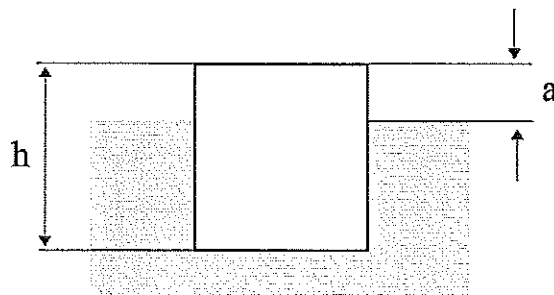
IV.5. A quelle distance de l'objectif se forme l'image de la parcelle ?

IV.6. Faire un schéma (sur votre copie), sans souci d'échelle, faisant apparaître la parcelle, la lentille (L), son centre optique O et le capteur CCD.

IV.7. Quelle est la taille de la parcelle qui peut être photographiée ?

Exercice V : Plate-forme pétrolière

Il existe selon la profondeur des mers deux technologies pour les plates-formes offshore : les plates-formes fixes et les plates-formes flottantes. On s'intéresse dans cet exercice au remorquage d'une de ces plates-formes. Pour simplifier, la plate-forme sera assimilée à un parallélépipède de hauteur **h**, de largeur **l** et de longueur **L** de masse volumique **ρ** . La plate-forme flotte immobile à la surface de l'eau de masse volumique **ρ_e** . On appelle **a** la hauteur à l'air libre (voir le schéma ci-dessous)



V.1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la plateforme.

V.2. Exprimer ces forces en fonction de **ρ** , **ρ_e** , **L**, **l**, **h**, **a** et **g** intensité de la pesanteur.

V.3. Exprimer le rapport $\frac{a}{h}$ en fonction de **ρ** et **ρ_e** .

Le remorqueur déplace maintenant la plate-forme de masse **m** à la vitesse \vec{v} selon une trajectoire rectiligne sous l'action de la force de traction \vec{F} . On fait l'hypothèse que les forces de frottements sont modélisées par une expression du type $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ avec α un coefficient de frottement positif.

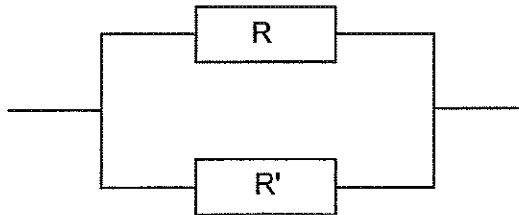
V.4. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la plate-forme.

V.5. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique ou deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement.

V.6. Résoudre cette équation différentielle et montrer que la solution peut se mettre sous la forme suivante :
 $v(t) = v_L(1 - e^{-t/\tau})$ où v_L est une constante dont on donnera l'expression et que l'on interprétera physiquement.

Exercice VI : Capteur d'humidité

Un capteur d'humidité a pour résistance $R = Ae^{-B \cdot h}$ où h est l'humidité relative ($h = 0,5$ pour une humidité relative de 50%) et $A = 6,92 \cdot 10^{12}$ et $B = 21$ des constantes. Il est branché en dérivation avec une résistance $R' = 1 \text{ M}\Omega$.

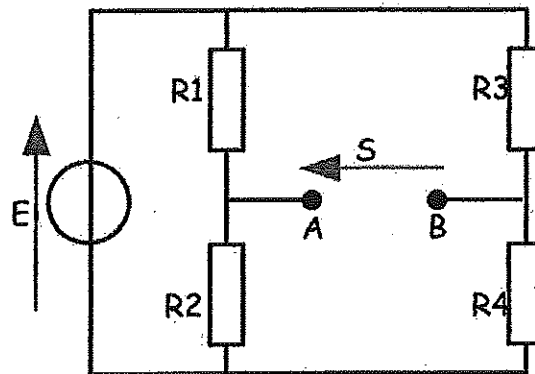


VI.1. Quelle est l'unité dans le système international de la constante A ?

VI.2. Donner l'expression de la résistance R_1 correspondant à l'association des deux résistances R et R' .

VI.3. Calculer les valeurs de R et R_1 pour $h = 0,50$.

La résistance R_1 est placée dans un pont de Wheatstone. Les résistances R_3 et R_4 sont égales à $10 \text{ k}\Omega$.



VI.4. Montrer que la tension $s = u_{AB}$ peut se mettre sous la forme :

$$s = E \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

VI.5. Le pont est à l'équilibre lorsque la tension s est nulle. En déduire la valeur de la résistance R_2 .

	<i>Cadre réservé à l'administration</i>
--	---

Annexe 1 à rendre avec la copie

