



MINISTÈRE DES FINANCES  
ET DES COMPTES PUBLICS

MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE,  
DE L'INDUSTRIE ET DU NUMÉRIQUE



**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT  
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX  
DE L'ÉCONOMIE ET DE L'INDUSTRIE  
SESSION 2016**



ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ DU 4 AVRIL 2016



**MATHÉMATIQUES - PHYSIQUE - CHIMIE**

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information.

Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

**Attention une annexe est à rendre avec le devoir**

**REMARQUES IMPORTANTES :**

- les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.

**TOUTE NOTE INFÉRIEURE À 6 SUR 20 EST ÉLIMINATOIRE**



## TSPEI Mathématiques concours interne 2016

### Premier Problème

1° / Etudier les variations de la fonction définie de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

Donner le tableau de variations de  $f$ .

2° / Montrer que l'équation  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$  possède une seule solution réelle notée  $a$ .

3° / Montrer que si  $a$  est un nombre entier alors  $|a|$  divise 2.

4° / Calculer  $f(-2)$ .

5° / Montrer qu'il existe deux entiers  $b$  et  $c$  tels que, pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = (x+2)(x^2 + bx + c)$$

6° / Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^3 + 3z^2 + 3z + 2 = 0$ .

7° / Donner, pour chaque solution, le module et un argument.

### Deuxième Problème

Un médecin, qui dispose d'un répondeur, est contacté à son domicile par ses patients sur appel téléphonique. Quand le médecin est absent de son domicile, il branche systématiquement son répondeur. Quand le médecin est présent à son domicile, il branche son répondeur une fois sur trois. Quand un patient téléphone, il a quatre chances sur cinq d'obtenir le répondeur et une chance sur cinq d'obtenir le médecin.

Un patient téléphone au médecin.

On note  $R$  l'événement : « le patient obtient le répondeur ».

On note  $A$  l'événement : « le médecin est absent ».

1° / Traduire les propositions figurant dans l'énoncé à l'aide de probabilités faisant intervenir les événements  $R$  et  $A$ .

On note  $x = P(\bar{A})$ , c'est-à-dire la probabilité que le médecin soit présent.

2° / Exprimer  $P(R \cap A)$  et  $P(R \cap \bar{A})$  en fonction de  $x$ .

3° / En déduire la valeur de  $x$ . Interpréter le résultat obtenu.

4° / Un patient téléphone et obtient le répondeur. Déterminer la probabilité que le médecin soit présent.

5° / Trois patients appellent le médecin indépendamment les uns des autres. Quelle est la probabilité que 2 patients sur les 3 obtiennent le médecin ?

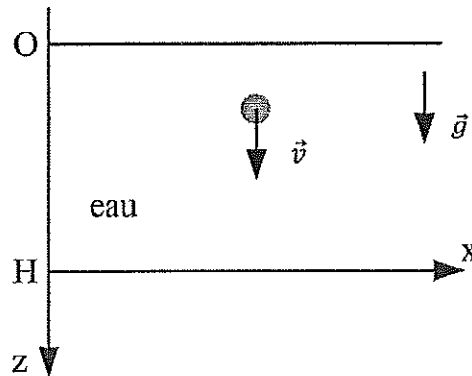


# TSPEI Physique-Chimie concours interne 2016

## Exercice I : Traitement d'eaux usées

Dans une station d'épuration, l'effluent traverse une grille qui retient les déchets solides les plus volumineux (dégrillage) puis est placé dans un bac de prétraitement où il subit une opération de sédimentation (dessablage-déshuilage).

On modélise les particules par une sphère homogène de masse volumique  $\rho_s$  et de rayon  $r$ . On note  $d = \frac{\rho_s}{\rho_e}$ , sa densité avec  $\rho_e$  la masse volumique de l'eau. La particule est soumise au cours de son mouvement à une force de traînée  $\vec{F}_t = -6\pi\eta r\vec{v}$  où  $\eta$  est la viscosité dynamique de l'eau.



I.1. Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur la particule. On rappellera l'expression de la poussée d'Archimède.

I.2. Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse  $v$  de la particule.

I.3. Déterminer la vitesse limite  $v_l$  de la particule en fonction de  $r$ ,  $d$ ,  $g$  et de la viscosité cinématique

$$v = \frac{\eta}{\rho_e}$$

I.4. A quelle condition y aura-t-il sédimentation ou remontée en surface ?

I.5. On suppose que la vitesse limite de la particule est atteinte immédiatement. Pour les particules proposées ci-dessous, calculer la vitesse limite  $v_l$  et le temps  $t_c$  nécessaire pour parcourir une hauteur  $H = 2,0 \text{ m}$ . On donne  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et  $d = 2,65$ .

Sable fin :  $r_1 = 100 \mu\text{m}$

Colloïde :  $r_2 = 0,10 \mu\text{m}$

I.6. Le temps de chute  $t_c$  des particules ne peut dépasser 2 heures afin d'éviter la remontée des sédiments. En déduire la taille minimale  $r_{\min}$  des particules solides éliminées dans le dessableur.

## Exercice II : Machine frigorifique

Un fluide réfrigérant décrit un cycle ditherme réversible entre une source chaude de température  $T_c$  et une source froide de température  $T_f$ . On note  $Q_c$  et  $Q_f$  les transferts thermiques échangés par le fluide avec respectivement la source chaude et la source froide, et  $W$  le travail échangé au cours d'un cycle.

II.1. Dans le cas d'une machine frigorifique, quel milieu (extérieur ou intérieur du réfrigérateur) constitue la source chaude ? la source froide ?

II.2. Quels sont les signes de  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W$  ? Justifier brièvement.

II.3. A partir du premier principe de la thermodynamique, exprimer une relation entre  $W$ ,  $Q_c$  et  $Q_f$ .

II.4. Définir l'efficacité  $\eta$  de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de  $Q_c$  et  $Q_f$ .

II.5. A partir du second principe de la thermodynamique, établir une relation entre  $Q_c$ ,  $Q_f$ ,  $T_c$  et  $T_f$ .

II.6. En déduire que pour le réfrigérateur, l'efficacité s'écrit :  $\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f}$

II.7. Calculer  $\eta$  pour  $T_c = 300 \text{ K}$  et  $T_f = 280 \text{ K}$ .

### Exercice III : Autour de l'énergie

Un accélérateur de particules fonctionne l'équivalent de 270 jours par an, et ce, 24 h sur 24 h. Sa puissance moyenne consommée est  $P = 120 \text{ MW}$ .

III.1. Déterminer l'énergie  $E_a$  consommée annuellement en Joule.

III.2. Le faisceau de particules est constitué de  $N = 3,01 \cdot 10^{14}$  protons ayant chacun une énergie  $E_0 = 7,00 \text{ TeV}$ . Calculer l'énergie  $E$  du faisceau en eV puis en Joule.

III.3. A quelle vitesse  $v$  cette énergie correspondrait-elle pour un train de masse  $m = 680 \text{ t}$  ?

III.4. Cette énergie permettrait-elle d'entraîner la fusion d'une masse  $m_{\text{Cu}} = 500 \text{ kg}$  de cuivre initialement à la température de  $T_i = 84 \text{ °C}$  ?

Données :

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Capacité thermique massique du cuivre  $C_{\text{Cu}} = 400 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Température de fusion du cuivre  $T_f = 1084 \text{ °C}$

Chaleur latente de fusion du cuivre  $L_f = 2,00 \cdot 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$ .

### Exercice IV : Hydrocarbures

Le tableau ci-dessous donne la composition centésimale massique du mélange de composés à 4 atomes de carbone obtenu par craquage catalytique du gazole :

Produits obtenus	Pourcentages en masse
2-méthylpropène	15
but-1-ène	12
(Z) but-2-ène	12
(E) but-2-ène	11
butane	13
2-méthylpropane	37

IV.1. Donner la formule brute et la formule semi-développée des produits obtenus.

IV.2. Quels sont les produits isomères de constitution ?

IV.3. Que peut-on dire du (Z) but-2-ène et du (E) but-2-ène ?

IV.4. Comment s'appelle le procédé permettant de séparer le gazole du pétrole ?

### Exercice V : Aluminothermie

La réaction entre l'oxyde de fer (III) ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) et l'aluminium donne du fer et de l'oxyde d'aluminium (III) ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). La réaction étant très exothermique, le fer obtenu est liquide. Ce procédé permet de souder les rails de chemin de fer.

V.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

V.2. L'élément fer est-il oxydé ou réduit lors de cette réaction ? Justifier brièvement.

V.3. Sachant que la réaction est exothermique, expliquer pourquoi le fer est obtenu à l'état liquide.

V.4. Le rendement de la réaction est  $\eta = 70\%$ .

V.4.a. Quelle masse  $m(\text{Fe})$  de fer peut-on obtenir à partir de 100 kg d'oxyde de fer (III) ?  
Quelle est alors la masse  $m(\text{Al})$  d'aluminium utilisée ?

V.4.b. La soudure de deux rails de 18m chacun nécessite  $m = 1,5\text{kg}$  de fer. Quelle est la masse  $m'$  d'oxyde de fer (III) nécessaire pour souder 900m de rails ?

Données : masses molaires en  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$  : Fe : 56,0 ; Al : 27,0 ; O : 16,0

### Exercice VI : Dosage d'une solution d'acide chlorhydrique

On dispose d'un flacon d'une solution d'acide chlorhydrique concentrée où est notée sur l'étiquette l'indication suivante :

*33% minimum en masse d'acide chlorhydrique.*

On appellera cette solution  $S_0$ . On veut connaître la concentration molaire  $C_0$  de cette solution.

#### **Première étape :**

On dilue **1000 fois** la solution  $S_0$ . On obtient alors une solution  $S_1$  de concentration  $C_1$ .

#### **Deuxième étape :**

On prélève précisément un volume  $V_1=100,0\text{ mL}$  de solution  $S_1$ . On dose par conductimétrie la solution  $S_1$  par une solution titrante d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_B=1,00\cdot 10^{-1}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ . La représentation graphique de la conductance de la solution en fonction du volume  $V$  de solution titrante versé est donnée dans l'annexe, document n°1.

VI.1. On ajoute la solution d'hydroxyde de sodium pour doser la solution  $S_1$ . Écrire l'équation de la réaction acido-basique.

VI.2. Déterminer graphiquement, sur le document n°1 de l'annexe, le volume  $V_E$  versé à l'équivalence.

VI.3. À l'équivalence, écrire la relation existant entre  $C_1$ ,  $C_B$ ,  $V_E$  et  $V_1$  et calculer la concentration molaire  $C_1$  de la solution d'acide chlorhydrique diluée  $S_1$ .

VI.4. En déduire la concentration molaire  $C_0$  de la solution d'acide chlorhydrique concentrée  $S_0$ .

**VI.5.** Calculer la masse  $m_0$  d'acide chlorhydrique HCl dissous dans un litre de solution  $S_0$ .  
On donne la masse molaire de l'acide chlorhydrique  $M(\text{HCl}) = 36,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

La solution  $S_0$  a une masse volumique  $\rho_0 = 1160 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ . Le pourcentage massique de la solution  $S_0$  représente la masse d'acide chlorhydrique dissous dans 100 g de solution.

**VI.6.** Quelle est la masse  $m$  d'un litre de solution  $S_0$  ?

**VI.7.** Calculer le pourcentage massique de la solution  $S_0$ . L'indication de l'étiquette du flacon de solution d'acide chlorhydrique concentrée est-elle correcte ?

Une simulation du dosage par suivi pH-métrique de la solution  $S_1$  est donnée dans l'annexe, document n°2.

**VI.8.** Déterminer, en expliquant la méthode utilisée, à l'aide du document n°2 de l'annexe, la valeur du pH à l'équivalence.

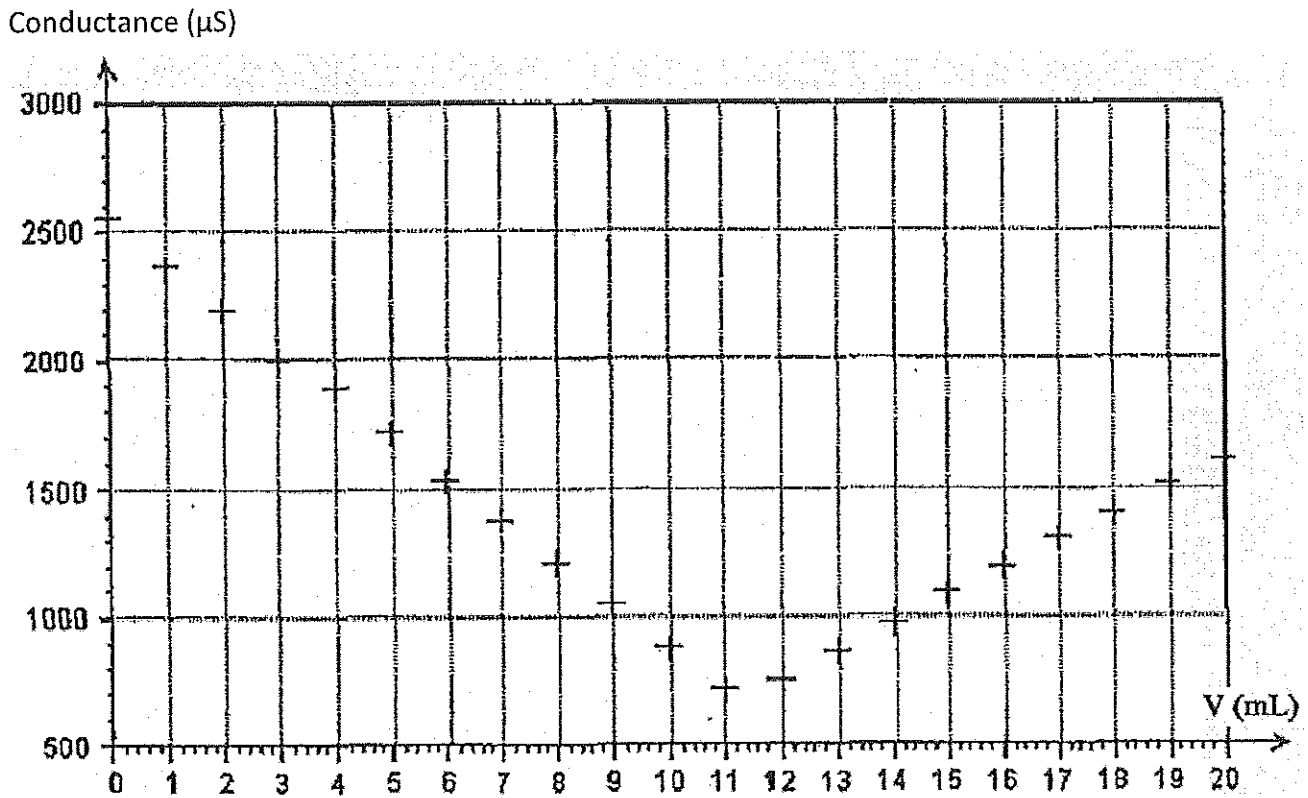
**VI.9.** Dans la liste donnée ci-dessous, y-a-t-il un indicateur coloré adapté pour repérer l'équivalence du dosage ? Justifiez votre réponse.

Indicateur	Couleur acide	Zone de virage	Couleur basique	pK <sub>A</sub>
Hélianthine	Jaune orangé	3,1 – 4,4	rouge	3,7
Vert de Bromocrésol	jaune	3,8 – 5,4	bleu	4,7
Bleu de Bromothymol	jaune	6,0 – 7,6	bleu	7,0
Phénolphtaléine	incolore	8,2 – 10,0	fuchsia	9,4



**Annexe : À rendre avec la copie**

**Document n°1 :** Dosage de la solution diluée d'acide chlorhydrique  $S_1$  par conductimétrie



**Document n°2 :** Simulation du dosage de la solution diluée d'acide chlorhydrique  $S_1$  par pH-métrie

