MINISTÈRE
DE L'ECONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA SOUVERAINETÉ
INDUSTRIELLE ET NUMÉRIQUE

Liberté
Égalité
Fraternité

Secrétariat général

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX DE L'ECONOMIE ET DE L'INDUSTRIE

SESSION 2024

❖❖❖

EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE DU MARDI 10 SEPTEMBRE 2024

❖❖❖

EPREUVE N° 2 – MATHEMATIQUES – PHYSIQUE - CHIMIE

(Durée : 3 heures - coefficient : 3)

REMARQUES IMPORTANTES :

- les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité ;
- le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet (1 page de garde et 3 pages de sujet) ;
- l'usage d'une calculatrice n'est pas autorisé.

TOUTE NOTE INFERIEURE A 6 SUR 20 EST ELIMINATOIRE

MATHEMATIQUES

Exercice 1 :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \dfrac{10}{x^2 - x - 6}$ et on notera $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Justifier que $f'(x)$ peut s'écrire $\dfrac{2}{x-3} - \dfrac{2}{x+2}$. En déduire le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de la fonction f.
2. Donner les valeurs exactes de $f(2)$ puis de $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$ sous la forme la plus simple.
3. Étudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
4. En déduire que $\mathscr{C}_f$ admet en 3 et en $+\infty$ des asymptotes dont on donnera des équations cartésiennes.
5. Vérifier que $\forall x \in \mathscr{D}_f, f'(x) = \dfrac{-20x + 10}{(x^2 - x - 6)^2}$
6. Étudier les variations de f.
7. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)dx$

Exercice 2 :

Dans la population française, 4% des individus sont atteints d'une pathologie. On tire au hasard n individus dans la population (on assimile cette épreuve à n tirages successifs avec remise).

On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement au hasard de n individus, associe le nombre d'individus atteints de la pathologie.

1. X suit une loi binomiale (ce résultat n'a pas à être justifié). Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

   Dans la suite, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.
2. Dans cette question, $n = 10$.

   (a) Calculer la probabilité que sur dix individus, exactement deux soient atteints de la pathologie.

   (b) Calculer la probabilité que sur dix individus, au plus deux individus soient atteints de la pathologie.

   (c) Calculer la probabilité que sur dix individus, au moins un soit atteint de la pathologie.

3. Dans cette question, n est inconnu. Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu atteint de la pathologie sur les n individus, soit supérieure à 80%.

PHYSIQUE

Exercice 1

Aides de calcul pour l'exercice :

$34/86 \approx 0{,}4$	$7/53 \approx 0{,}132$	$4 \times 4{,}18 \times 0{,}132 \approx 2{,}18$	$3 \times 8{,}31/218 \approx 0{,}114$

Un collectionneur a acheté chez un antiquaire une statue garantie en or massif, de masse $m = 860\,\mathrm{g}$. Pour vérifier sa composition, il souhaite mesurer la capacité thermique massique c du métal qui la constitue.

Pour cela, il plonge la statue, à la température initiale $T_0 = 293\,\mathrm{K}$, dans une masse $m_e = 300\,\mathrm{g}$ d'eau, de température initiale $T_e = 353\,\mathrm{K}$ et de capacité thermique massique $c_e = 4180\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$. Le tout est contenu dans un récipient parfaitement calorifugé, initialement à la température T_e.

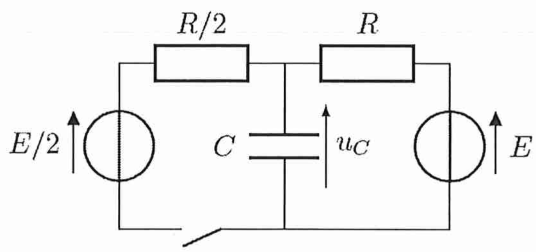
Le collectionneur mesure alors la température finale T_f du système { eau + statue + récipient } à l'équilibre thermodynamique : $T_f = 346\,\mathrm{K}$.

On définit la masse équivalente en eau μ du récipient par la relation : $\mu = \dfrac{C_{\text{récipient}}}{c_e}$, avec $C_{\text{récipient}}$ la capacité thermique totale du récipient. On a alors $\mu = 40\,\mathrm{g}$.

1. Justifier, par application du premier principe de la thermodynamique, que la variation d'énergie interne ΔU du système entre l'état initial et l'état final est nulle.
2. En déduire que $c = \dfrac{\mu + m_e}{m} \times c_e \times \dfrac{T_e - T_f}{T_f - T_0}$, où c est la capacité thermique massique de la statue. Faire l'application numérique.
3. Pour tous les métaux à température ordinaire, la capacité thermique molaire C_m a la même valeur : $C_m = 3R$ où $R = 8{,}31\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$ est la constante des gaz parfaits. En déduire la masse molaire M du métal constituant la statue.
4. La masse molaire de l'or est $M_{\text{Au}} = 197\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$. Le collectionneur s'est-il fait arnaquer ?

Exercice 2

On considère le circuit ci-dessous dans lequel l'interrupteur, ouvert depuis longtemps, est fermé à l'instant $t = 0$.



1. Justifier que $u_C(t = 0) = E$.
2. On note i_d l'intensité dans la maille de droite (convention récepteur pour la résistance de droite, donc sens anti-horaire) ; i_g dans celle de gauche (convention récepteur pour la résistance de gauche, donc sens horaire) ; i l'intensité traversant le condensateur (convention récepteur pour le condensateur, donc vers le bas). En utilisant la loi des mailles, établir une relation entre E, R, u_C et i_g, puis une autre entre E, R, u_C et i_d.
3. En déduire, notamment à l'aide d'une loi des nœuds, l'équation différentielle vérifiée par u_C :

$$2E = 3u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

4. Résoudre cette équation.
5. Déterminer la durée Δt nécessaire atteindre le régime permanent.

Epreuve de chimie – Concours interne

Autour du magnésium

Le magnésium est un élément chimique, de symbole Mg et de numéro atomique Z=12. C'est le huitième élément le plus abondant de la croûte terrestre, le cinquième métal derrière l'aluminium, le fer, le calcium et le sodium. C'est aussi le troisième composant des sels dissous dans l'eau de mer.
Le nom magnésium provient du nom grec d'un district de Thessalie appelé Magnesia. Cette ville était extrêmement riche en magnésium et ce sous différentes formes.
En Angleterre, Joseph Black reconnut le magnésium comme un élément en 1755, et Sir Humphry Davy isola la forme métallique pure par électrolyse en 1808 à partir d'un mélange de magnésie et d'oxyde de mercure HgO.

Exercice 1 : L'atome

Le magnésium possède 22 isotopes connus avec un nombre de masse variant entre 19 et 40. Trois d'entre eux sont stables, ^{24}Mg, ^{25}Mg, et ^{26}Mg, et présents dans la nature selon un ratio approximatif de 80/10/10.

1. Quelle est la composition commune des atomes de magnésium ? En quoi diffèrent les trois isotopes les plus stables ?
2. Ecrire la configuration électronique du magnésium.
3. Déterminer les électrons de cœur et de valence du magnésium.
4. Quel est l'ion le plus courant du magnésium ? Justifier.
5. Préciser la position du magnésium dans la classification périodique : période, colonne, bloc.

Le magnésium forme des sels ioniques avec des anions tels les ions sulfate SO_4^{2-} ou carbonate CO_3^{2-}.

6. Donner les formules de Lewis complètes de l'ion sulfate et de l'ion carbonate.
7. Préciser la géométrie de ces deux ions.

Exercice 2 : Préparation et utilisation du métal

Le magnésium est obtenu par le procédé « Magnétherm » dans lequel l'oxyde de magnésium réagit avec le silicium selon la réaction : $2MgO + Si = 2Mg + SiO_2$. Tous les constituants sont à l'état solide.
Le magnésium, ainsi préparé, est un métal léger, brillant, bon conducteur de l'électricité et de la chaleur. Il est utilisé en métallurgie pour réduire l'oxyde d'uranium (IV) de formule UO_2.

On donne, à 300K, les enthalpies standard de formation et les entropies molaires standard des constituants suivants :

	MgO	Mg	Si	SiO_2
$\Delta_f H^\circ (kJ.mol^{-1})$	-602			-903
$S^\circ_m (J.K^{-1}.mol^{-1})$	27	33	19	47

8. Rappeler la loi de Hess.
9. Calculer l'enthalpie standard de cette réaction. Cette réaction est-elle exo ou endothermique ?
10. Calculer l'entropie standard de cette réaction.
11. Calculer l'enthalpie libre standard de réaction.
12. Donner l'expression de la constante d'équilibre de la réaction à 300K. S'agit-il d'une réaction totale ? (L'application numérique n'est pas demandée).
13. Cette réaction serait-elle favorisée ou défavorisée par une augmentation de température ?