

**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX
DE L'ECONOMIE ET DE L'INDUSTRIE**

SESSION 2022

EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE DU MERCREDI 7 SEPTEMBRE 2022

EPREUVE N° 2 – MATHEMATIQUE-PHYSIQUE ET CHIMIE

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information. Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

REMARQUES IMPORTANTES :

- Les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.
- Le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet (1 page de garde et 6 pages de sujet).

TOUTE NOTE INFÉRIEURE A 6 SUR 20 EST ELIMINATOIRE

MATHÉMATIQUES

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction

Exercice 1 : On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ et on notera C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. Donner les valeurs exactes de $f(-1)$, $f(3)$ et $f\left(\frac{2}{3}\right)$ sous la forme la plus simple.
3.
 - (a) Calculer $f(101)$ et $f(1001)$ à 10^{-3} près. Que peut-on conjecturer ?
 - (b) Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe représentation C_f ?
 - (c) Calculer $f(1,01)$ et $f(1,001)$ à 10^{-2} près. Que peut-on conjecturer ?
 - (d) Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 1 par valeurs supérieures ($x \rightarrow 1^+$). Que peut-on en déduire pour la courbe représentative C_f ?
4.
 - (a) Montrer que la fonction dérivée f' a pour expression $\frac{-1}{(x-1)^2}$.
 - (b) Dresser le tableau de variations de f sur $]1; +\infty[$ en y notant les limites.
5. Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a

$$f(x) = 3 + \frac{1}{x-1}$$

6. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\int_2^{e+1} f(x)dx$.

Exercice 2 : Dans une entreprise de 1000 salariés, la répartition des salaires mensuels en euros est donnée par le tableau d'effectifs suivant :

Salaire \ Sexe	Femme	Homme
]1000 ; 1500]	250	400
]1500 ; 2000]	100	160
]2000 ; 3000]	50	40

1. Calculer le salaire moyen dans cette entreprise en utilisant le centre des classes.
2. On tire au hasard un des salariés de cette entreprise.
 - (a) Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'une femme.
 - (b) Calculer la probabilité que celui-ci ait un salaire strictement supérieur à 1500 euros.
 - (c) Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un homme qui gagne mensuellement entre 1000 et 1500 euros.
 - (d) Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un homme qui gagne entre 1000 et 2000 euros puis qu'il s'agisse d'une femme qui gagne entre 1000 et 2000 euros.
3. On considère que 30% des salariés de l'entreprise se déplacent avec un véhicule électrique.

On prélève au hasard un échantillon de 4 salariés. On suppose que l'effectif de l'entreprise est suffisamment grand pour considérer qu'il s'agit d'un tirage aléatoire avec remise.

On définit la variable aléatoire X qui compte dans cet échantillon le nombre de salariés se déplaçant avec un véhicule électrique.

 - (a) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ? On précisera le(s) paramètre(s) de cette loi de probabilité.
 - (b) Calculer la probabilité que sur un tel échantillon, au moins un salarié se déplace avec un véhicule électrique.

PHYSIQUE

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction

Exercice 1

On considère un ressort de raideur k à spires non jointives (Fig.1). Une bille de masse m est fixée à l'extrémité du ressort et guidée par l'intermédiaire d'une tige horizontale (x,x') . On suppose que le mouvement est sans frottement. On assimile la bille à un point matériel de rayon nul. L'abscisse du centre d'inertie G du solide est repérée par rapport à la position O de G au repos. On écarte le solide S de sa position d'équilibre (x_0) et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t=0$.

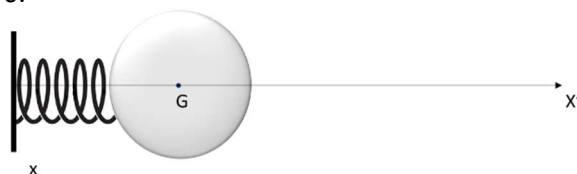


Fig. 1

- 1) Faire le bilan des forces s'exerçant sur la bille et représenter ces forces sur un schéma.
- 2) Etablir l'équation différentielle du mouvement à partir de la deuxième loi de Newton.
- 3) Donner la solution générale de cette équation et déterminer la période propre T des oscillations.

On considère maintenant le cas d'une boule de flipper tel qu'illustré sur la figure 2. La bille est sur un plateau faisant un angle α avec l'horizontale.

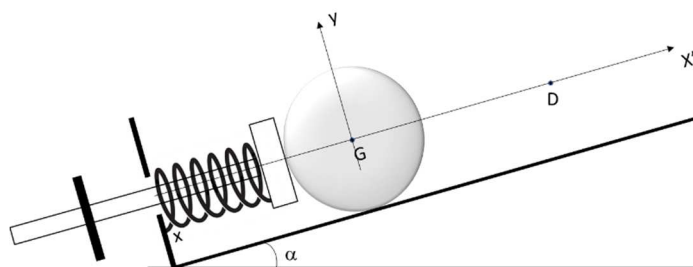


Fig.2

- 4) Le ressort à vide a une longueur l_0 mais à l'équilibre, sous le poids de la bille, il se comprime jusqu'à l_{eq} . Déterminer l_{eq} en fonction de k , m , g (accélération gravitationnelle) et l_0 .

Le ressort est comprimé jusqu'à une longueur l_L puis brusquement relâché à un instant t_0 . La bille est alors propulsée et lorsqu'elle arrive au point D une butée bloque le mouvement du ressort. La longueur du ressort est alors égale à sa longueur à vide. A partir de ce moment-là, la bille n'est plus en contact avec le lanceur.

- 5) Ecrire l'équation différentielle du mouvement de la boule durant la phase de lancer.
- 6) A quel instant la boule perd-t-elle contact avec le lanceur ?
- 7) Quelle est l'équation du mouvement après avoir quitté le lanceur.

Exercice 2

Vous souhaitez utiliser du plastique thermoformable sous la forme de billes plastiques qui forment une pâte malléable après avoir été chauffées dans de l'eau chaude à 70°C. Vous ne disposez pas de thermomètre pour mesurer la température de l'eau mais vous avez à disposition une bouilloire électrique et de l'eau à une température ambiante de 20°C.

- 1) Vous faites bouillir 0,5 litre d'eau. Sachant que la capacité thermique massique de l'eau est $C=4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, quelle énergie doit lui être transférée pour atteindre le point d'ébullition ?
- 2) Quel volume d'eau à 20°C devez-vous rajouter pour atteindre les 70°C ?
- 3) Quelles approximations ont été faites pour traiter les questions précédentes ?
- 4) Lorsque la bouilloire est en marche, quels sont les types de transferts thermiques qui ont lieu ?

Exercice 3

- 1) Un humain avec une acuité visuelle de « 10/10 » est capable de percevoir des détails jusqu'à une résolution de 1 minute d'arc (1/60 degré). Si l'on considère que les lettres ou chiffres d'une plaque minéralogique sont large de 1 cm, quelle est la distance à partir de laquelle il ne pourra plus lire la plaque ?
- 2) On souhaite utiliser des caméras pour automatiser le contrôle des plaques. La caméra (optique d'imagerie et capteur) ne pourra pas observer des détails infiniment fins. Pourquoi dit-on que la résolution d'un système optique parfait est limitée par la diffraction ?
- 3) Les premiers tests de la caméra sont faits dans un bureau avec des stores vénitien qui projettent au sol un motif de raies sombres et claires. Est-ce un motif d'interférence ? Expliquer la différence entre interférences et diffraction et donner au moins un exemple d'interférences lumineuses dans notre quotidien.

CHIMIE

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; les exercices sont indépendants les uns des autres. Le candidat répondra aux questions I, II et III.

EXERCICE I : LES MOLECULES

1. Calcul d'incertitude

On donne une loi de calcul de la tension de vapeur $\ln P = A + \frac{B}{T}$.

Nous connaissons les variances var A et var B des deux paramètres A et B. Déterminer l'incertitude sur la pression P calculée à la température T_0 (dont l'incertitude est $u(T)$).

On posera $v_a = \text{var A}$, $v_b = \text{var B}$ et $v_t = u(T)$.

2. Structures moléculaires

1. Soit l'oxygène O_8^{16} . Combien l'oxygène comporte-t-il d'électrons ? De neutrons ?

Donnez la structure électronique de cet élément et son schéma de Lewis.

2. Soit le carbone C_6^{12} . Combien le carbone comporte-t-il d'électrons ? De neutrons ?

Donnez la structure électronique de cet élément et son schéma de Lewis.

3. Soit l'hydrogène H_1^1 . Combien l'hydrogène comporte-t-il d'électrons ? De neutrons ?

Donnez la structure électronique de cet élément et son schéma de Lewis.

4. Soit les molécules de méthane et d'eau. Quelles sont leurs structures ? Justifier.

3. Atomistique/pH

L'ammoniac est un gaz à la température de 20°C et à la pression atmosphérique (1.013 bar).

1. Quel est le volume molaire ? On utilisera la loi des gaz parfaits.
2. Quel volume d'ammoniac gazeux (mesuré à 20°C et 1 atm) faut-il dissoudre dans 5 litres d'eau pour que le pH de la solution soit 10 ?
3. Si on mélange 100 ml de la solution ainsi obtenue et 50 ml d'une solution d'acide chlorhydrique $1.35 \cdot 10^{-3}$ M, quel est le pH de la nouvelle solution ?

Données : Nombre d'Avogadro : 6.022×10^{23} molécules dans une mole.

Masse atomique de l'azote : 14 g/mol, masse atomique de l'hydrogène : 1 g/mol

pKa du couple NH_4^+/NH_3 : 9.24

EXERCICE II : Diagramme de phases

On se propose d'étudier le diagramme de phase de l'ammoniac.

Les caractéristiques sont les suivantes :

Température critique : 405.56 K, Pression critique : 113.63 bar, Température du point triple : 195.49 K,

Température d'ébullition : 239.83 K

1. Etude des pressions de vapeur saturantes

Le tableau 1 suivant donne des valeurs de pression de vapeur saturante.

Tableau 1 : Valeurs des pressions de vapeur saturante de l'ammoniac (NH₃).

Température/K	Pression/MPa
400	10.297
380	7.1397
370	5.8776
350	3.8652
302	1.1272
298	0.9981
293	0.8529
273	0.4269
263	0.2889
253	0.1888
243	0.1185
233	0.0711
223	0.0404
220	0.0337
210	0.0177
200	0.0086

A partir d'une loi type $\ln(P) = A + \frac{B}{T}$, déterminer les paramètres A et B.

Quelle est la valeur de la pression à la température du point triple ?

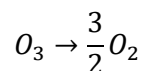
La valeur de la pression à la température d'ébullition ?

A quelle grandeur thermodynamique peut-on associer le paramètre B ? Justifier...

2. Tracer le diagramme de phases de l'ammoniac et identifier les domaines de prédominance des phases solide, liquide, vapeur et supercritique. Comment appelle t'on la transition solide vers vapeur ? (papier millimétré ci-joint à rendre avec la copie d'examen)

EXERCICE III : Cinétique chimique

Soit la réaction chimique de dégradation de l'ozone en solution aqueuse :



1. Ecrivez les lois de vitesse v de la réaction à partir des dérivées temporelles de $[O_3]$ et $[O_2]$.

On suppose que la réaction admet un ordre de réaction a par rapport à l'ozone. Tous les autres ordres partiels sont nuls. On note k la constante de vitesse.

2. Ecrire et résoudre l'équation différentielle dans l'hypothèse où $a=1$. Montrer que le temps de demi-réaction ne dépend pas de la concentration initiale en ozone et est égale à $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$