



**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
DE TECHNICIENS SUPERIEURS PRINCIPAUX
DE L'ECONOMIE ET DE L'INDUSTRIE**

SESSION 2023

EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE DU MERCREDI 6 SEPTEMBRE 2023

EPREUVE N° 2 – MATHÉMATIQUES-PHYSIQUE-CHIMIE

(Durée : 3 heures - Coefficient : 3)

L'usage d'une calculatrice de poche est autorisé (standard, programmable ou alphanumérique) à condition qu'elle soit autonome et qu'elle ne comporte ni dispositif d'impression, ni dispositif externe de stockage d'information. Les notices de fonctionnement ne sont pas autorisées.

REMARQUES IMPORTANTES :

- Les copies doivent être rigoureusement anonymes et ne comporter aucun signe distinctif ni signature, même fictive, sous peine de nullité.
- Le candidat s'assurera, à l'aide de la pagination, qu'il détient un sujet complet (1 page de garde et 5 pages de sujet).

TOUTE NOTE INFÉRIEURE A 6 SUR 20 EST ELIMINATOIRE

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{4x-2}{x+1}$ et on notera \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de la fonction f .
2. Donner les valeurs exactes de $f(-2)$, $f\left(\frac{3}{4}\right)$ et $f(1)$ sous la forme la plus simple.
3.
 - (a) Dresser le tableau de variations complet (incluant les limites) de f sur $] -1; +\infty[$.
 - (b) En déduire que \mathcal{C}_f admet des asymptotes en -1 et en $+\infty$ dont on donnera des équations cartésiennes.
4. On définit la suite réelle (u_n) par :

$$u_0 = 3 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \text{ c'est à dire } u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1}$$

On admettra que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n > 1$.

- (a) Calculer u_1 et u_2 .
- (b) On définit une suite (w_n) à partir de la suite (u_n) en posant pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 1}$.
Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- (c) Donner l'expression de w_n en fonction de n .
- (d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- (e) Justifier que la suite (u_n) converge et calculer sa limite.

Exercice 2 :

On considère trois types de motorisation pour les voitures vendues en France en 2022 :

- Thermique (exclusivement thermique)
- Électrique (exclusivement électrique)
- Hybride

Dans cette étude, une voiture possède un et un seul de ces trois types de motorisation.

Le détail des ventes de voitures en France en 2022 est donné par le tableau d'effectifs suivant :

Motorisation \ Type d'achat	Neuf	Occasion
Thermique	1 147 354	3 246 259
Électrique	207 430	677 950
Hybride	174 251	1 203 746

On choisit au hasard une voiture vendue en 2022 en France.

1. Calculer la probabilité qu'elle ait été achetée d'occasion.
2. Calculer la probabilité que ce soit une voiture électrique achetée neuve.
3. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'une voiture hybride ou électrique.
4. On choisit une voiture hybride. Quelle est la probabilité qu'elle ait été achetée neuve ?
5. On choisit une voiture neuve. Quelle est la probabilité que ce soit une voiture électrique ?

Exercice 1 : Etude du mouvement d'un palet sur la glace

Ce sujet étudie le mouvement d'un palet de hockey sur la glace.

Le palet est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes.

Au cours d'une séance d'entraînement, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale.

La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe (Ox) de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs \vec{u}_x et \vec{u}_y sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy). Le centre d'inertie du palet est noté G (**figure 1**).

À l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre est égale à $9,8 \text{ m s}^{-2}$.

L'étude du mouvement du palet sera faite dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Les frottements seront considérés comme négligeable.

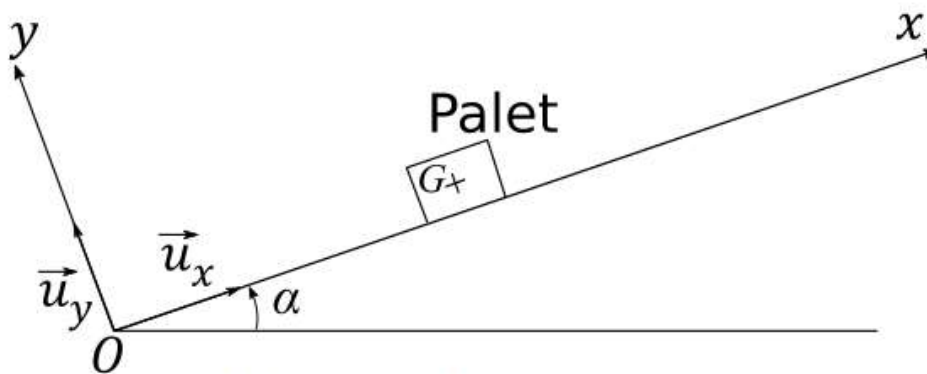


Figure 1 - Schéma du palet sur le plan incliné

Partie 1 : Propulsion du palet par la crosse

Dans cette première phase, la palette de la crosse est en contact avec le palet.

1. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la phase de propulsion et les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.
2. Ces forces ont-elles un caractère moteur, résistant ou sont-elles sans effet lors du mouvement du palet ? Expliquer.
3. Par application de la deuxième loi de Newton projetée sur un axe judicieusement choisi, déterminer l'expression de l'intensité de la force de propulsion F exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération a du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur g .
4. Sachant que la phase de propulsion dure 0,5 seconde et que le mouvement du palet est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse qui est de 50 m.s^{-1} ?

Partie 2 : Mouvement du palet sur le plan incliné

Dans cette deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné.

On note $x(t)$ le déplacement du palet selon l'axe (Ox) et on note v_0 la vitesse du palet au début de la deuxième phase.

4. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant cette phase et les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.

5. Par application de la deuxième loi de Newton projetée sur un axe judicieusement choisi, montrer que $x(t)$ vérifie la relation : $\frac{d^2 x}{dt^2} = -g \sin \alpha$

6. Par intégration de la relation précédente, déterminer l'expression de $\frac{dx}{dt}$ puis de $x(t)$.

7. Montrer que la distance parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation :

$$d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

Exercice 2 : Laser

Données : Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s ; électronvolt : $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J
célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Une diode laser émet un rayonnement de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 650 \text{ nm}$.

1. Quelle est la couleur de ce rayonnement ?
2. Déterminer l'énergie du photon associé à ce rayonnement en Joules puis en eV (électronvolt)

La puissance du laser est $P = 1 \text{ mW}$.

3. Déterminer l'énergie fournie par le laser en 1s.
4. En déduire le nombre de photons émis en 1s.

Le faisceau laser, assimilable à un rayon lumineux, pénètre en un point I dans un morceau de verre de forme parallélépipédique et d'indice $n = 1,5$ (**figure 2**). L'indice de l'air sera pris égal à 1.

5. Déterminer la longueur d'onde du laser dans le verre. Sa couleur est elle modifiée ? Expliquer.
6. Quelles phénomènes va subir le faisceau laser en I ? Rappeler le nom des lois correspondantes.
7. Sachant que $i = 40^\circ$, de combien va être dévié le rayon lumineux lorsqu'il va pénétrer dans le verre. Justifier votre réponse.

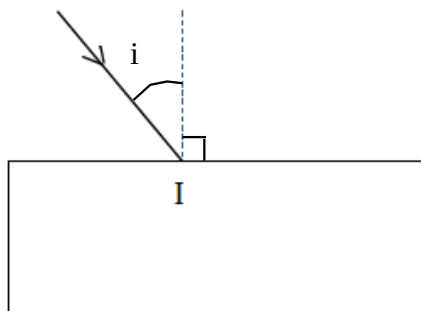


Figure 2

Exercice 3 : Autour de l'azote

L'azote est un élément très abondant à la surface de la terre. Sous la forme de diazote N_2 , il constitue près de 80% de l'air que nous respirons. Il intervient fréquemment dans l'industrie chimique minérale de base (dite lourde) qui fabrique divers composés azotés tels que l'ammoniac, l'acide nitrique ou les engrais azotés.

Donnée : numéro atomique de N : $Z=7$

1. Déterminer la configuration électronique de l'azote dans son état fondamental. En déduire sa position dans le tableau de la classification périodique.
2. Déterminer les électrons de coeur et de valence de l'atome d'azote. En déduire sa représentation de Lewis.
3. Enoncer avec soin la règle de l'octet.
Toutes les atomes dans les structures de Lewis des molécules demandées devront satisfaire à la règle de l'octet ou du duet.
4. Donner la formule de Lewis du diazote contenu dans l'air que nous respirons.
5. Donner la formule de Lewis de l'acide nitrique HNO_3 (il n'y a pas de liaison O-O et pas de liaison N-H dans HNO_3).

Exercice 4 : Boisson au cola

La molécule responsable de la forte acidité d'une boisson au cola est l'acide phosphorique H_3PO_4 (E338).

L'acide phosphorique est un triacide faible dont on donne les trois pK_A : $\text{pK}_{A1} = 2,1$; $\text{pK}_{A2} = 7,2$ et $\text{pK}_{A3} = 12,3$

1. Expliquer le terme acide faible.
2. Donner les trois couples acido-basiques issus de l'acide phosphorique.
3. Tracer le diagramme de prédominance de l'acide phosphorique.

On souhaite déterminer le pH d'une solution aqueuse d'acide phosphorique, initialement à la concentration $C_0 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

4. On ne considère que la première acidité de l'acide phosphorique (couple $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{PO}_4^-$)

4.a. Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide phosphorique et l'eau.

4.b. Donner l'expression de la constante d'équilibre de cette réaction.

4.c. Quelle est la valeur de la constante d'équilibre de cette réaction ? Cette réaction est elle très déplacée ?

4.d. Faire un tableau d'avancement pour cette réaction entre l'état initial et l'état final d'équilibre.

4.e. Dédurre des questions précédentes une équation du second degré vérifiée par la concentration en ions oxonium H_3O^+ à l'équilibre.

La résolution de cette équation donne : $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2,2} \text{ mol.L}^{-1}$. En déduire le pH de la solution.

4.f. Quelles sont les espèces majoritairement présentes à ce pH ?