

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2023

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 5

Économétrie et statistique

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation, en dehors du volet rabattable d'en-tête, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tels que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro ou toute autre indication, même fictive, étrangère au traitement du sujet.

Sur les copies, les candidats devront écrire et souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre de couleur noire ou bleue uniquement. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données

Nom de naissance

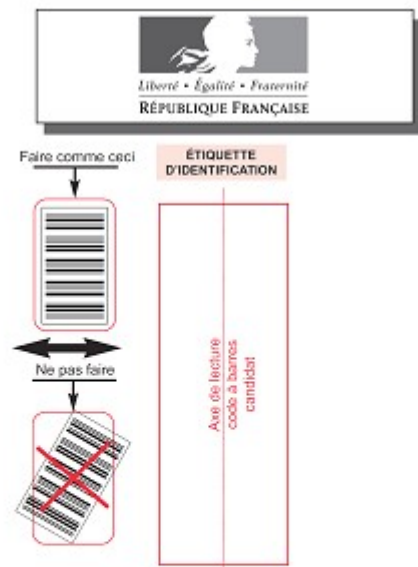
Prénom usuel

Jour, mois et année

Signature obligatoire

Numéro de candidature

À compléter par le candidat



Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾
⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

.....**Externe**.....
 Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière **027... Économétrie et statistique**

Date : **2 2 | 1 1 | 2 0 | 2 2**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Sur ce document :
 utiliser une pointe feutre
 NOIRE ou BLEUE.



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

Cadre A réservé à la notation				Cadre B réservé à la notation rectificative			
20	19	18		20	19	18	
17	16	15		17	16	15	
14	13	12		14	13	12	
11	10	09		11	10	09	
08	07	06		08	07	06	
05	04	03		05	04	03	
02	01	00		02	01	00	
Décimales				Décimales			
,00	,25	,50	,75	,00	,25	,50	,75
				Erreur			

NOTE / 20
 , /

NOTE / 20
 , /

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE



FINANCES PUBLIQUES

SUJET

ÉCONOMÉTRIE ET STATISTIQUE

Code matière : 027

Les candidates et les candidats peuvent avoir à leur disposition sur la table de concours le matériel d'écriture, une règle, un correcteur, des surligneurs et le matériel spécifique ci-après.

Les matériels autorisés sont les suivants :

- *les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;*
- *les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».*
- *les règles graduées, équerres, compas, rapporteurs.*

Le candidat traitera obligatoirement les six exercices suivants.

EXERCICE N° 1

Benoît et Lucie ne se connaissent pas, mais ont tous deux la même habitude d'aller tous les dimanches après-midi au parc de la Tête d'Or. Chacun d'entre eux arrive aléatoirement entre 14h et 17h, et reste 45 minutes avant de repartir.

Calculez la probabilité que Benoît et Lucie se trouvent au parc de la Tête d'Or au même moment un dimanche donné (même si ce n'est qu'un bref instant).

EXERCICE N° 2

Une compagnie aérienne s'intéresse au poids cumulé des passagers d'un avion de 200 places, avec leurs bagages. La compagnie a pu déterminer que le poids d'un passager avec ses bagages, pris au hasard, est une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance 95 et d'écart-type connu 16.

On suppose que toutes les places de l'avion sont prises.

1. Donnez la loi de probabilité suivie par le poids total de tous les passagers ainsi que ses paramètres.

2.a. Calculez la probabilité que le poids cumulé de tous les passagers soit supérieur ou égal à 19,5 tonnes.

2b. Calculez la probabilité que le poids cumulé de tous les passagers soit compris entre 18,8 et 19,3 tonnes.

3. Donnez un intervalle de confiance à 95 % du poids total des passagers dans l'avion.

EXERCICE N° 3

L'accueil d'un Centre des Finances publiques a compté, pendant une semaine complète, le nombre d'utilisateurs se présentant au guichet toutes les 10 minutes.

Nombre d'utilisateurs arrivant en 10 minutes	Effectifs observés
0	5
1	15
2	27
3	38
4	42
5	31
6	16
7	14
8	8
9	4

À l'aide du test approprié, avec un risque de première espèce de 5 %, pouvez-vous supposer que le nombre d'utilisateurs se présentant au guichet du Centre des Finances publiques suit une loi de Poisson ?

EXERCICE N° 4

Énoncez le théorème de Bayes.

EXERCICE N° 5

Soit X une variable aléatoire dont la densité est donnée par :

$$f(x; \Theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\Theta^2} & \text{si } 0 \leq x \leq \Theta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où Θ est un paramètre strictement positif.

1. Vérifiez qu'il s'agit bien d'une densité de probabilité.

2. Calculez $E(X)$. En déduire un estimateur de Θ par la méthode des moments, sur un échantillon (X_1, \dots, X_n) de X.

3.a. Déterminez un estimateur T_n de Θ par la méthode du maximum de vraisemblance, sur un échantillon (X_1, \dots, X_n) de X.

3.b. Construisez un estimateur sans biais à partir de T_n .

EXERCICE N° 6

Un doctorant en médecine cherche à mesurer l'impact du statut d'activité (retraité, actif occupé ou sans emploi) d'un individu sur le poids de celui-ci, à l'aide d'une régression linéaire multiple. Tous les individus de l'échantillon sont nécessairement classés dans une, et une seule de ces trois catégories.

L'estimation des paramètres du modèle lui donne les résultats suivants :

$$P_i = 4,451 + 0,384 T_i + 7,541 Ret_i - 2,128 Occ_i + \varepsilon_i$$

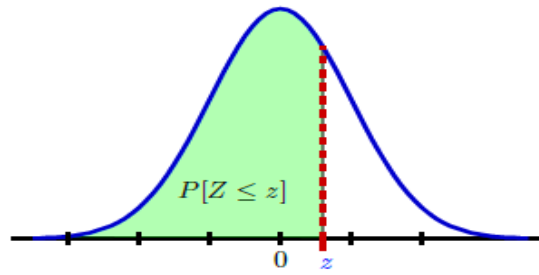
où P est le poids en kg, T la taille en cm, Ret est une variable prenant la valeur 1 si l'individu est retraité, 0 sinon, et Occ est une variable prenant la valeur 1 si l'individu est un actif occupé, 0 sinon.

1. Expliquez brièvement comment sont calculés les coefficients estimés d'un modèle de régression linéaire multiple.
2. Quel est le poids estimé d'un retraité mesurant 170 cm?
3. Quelle est la différence de poids estimé entre un retraité et un actif occupé ?
4. Pourquoi le doctorant n'a-t-il pas introduit une variable supplémentaire *Semp* prenant la valeur 1 si l'individu est sans emploi et prenant la valeur 0 sinon ?

Annexe n° 1 : Table de la loi normale centrée réduite

Table N

Aire sous la courbe normale à gauche de z , c'est à dire $P[Z \leq z]$, où $Z \sim N(0; 1)$.



	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.10	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.20	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.30	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.40	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.50	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.60	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.70	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.80	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.90	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09

Annexe n° 2 : Table de la loi du Khi-2

LOI DU KHI-DEUX AVEC k DEGRÉS DE LIBERTÉ
 QUANTILES D'ORDRE $1 - \gamma$

k	γ										
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	3.36	7.78	9.94	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.81	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	24.34	34.28	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	25.34	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	26.34	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28	12.46	13.57	15.31	16.93	18.94	27.34	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	28.34	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	39.34	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	49.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	59.33	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	69.33	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	79.33	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	89.33	107.57	113.14	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	99.33	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

Annexe n° 3 : Table de la loi de Poisson

$$P(X=\kappa) = e^{-\mu} \frac{\mu^\kappa}{\kappa!}$$

		μ								
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
κ	0	0,90484	0,81873	0,74082	0,67032	0,60653	0,54881	0,49659	0,44933	0,40657
	1	0,09048	0,16375	0,22225	0,26813	0,30327	0,32929	0,34761	0,35946	0,36591
	2	0,00452	0,01637	0,03334	0,05363	0,07582	0,09879	0,12166	0,14379	0,16466
	3	0,00015	0,00109	0,00333	0,00715	0,01264	0,01976	0,02839	0,03834	0,04940
	4	0,00000	0,00005	0,00025	0,00072	0,00158	0,00296	0,00497	0,00767	0,01111
	5	0,00000	0,00000	0,00002	0,00006	0,00016	0,00036	0,00070	0,00123	0,00200
	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00004	0,00008	0,00016	0,00030
	7	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00002	0,00004

		μ								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
κ	0	0,36788	0,13534	0,04979	0,01832	0,00674	0,00248	0,00091	0,00034	0,00012
	1	0,36788	0,27067	0,14936	0,07326	0,03369	0,01487	0,00638	0,00268	0,00111
	2	0,18394	0,27067	0,22404	0,14653	0,08422	0,04462	0,02234	0,01073	0,00500
	3	0,06131	0,18045	0,22404	0,19537	0,14037	0,08924	0,05213	0,02863	0,01499
	4	0,01533	0,09022	0,16803	0,19537	0,17547	0,13385	0,09123	0,05725	0,03374
	5	0,00307	0,03609	0,10082	0,15629	0,17547	0,16062	0,12772	0,09160	0,06073
	6	0,00051	0,01203	0,05041	0,10420	0,14622	0,16062	0,14900	0,12214	0,09109
	7	0,00007	0,00344	0,02160	0,05954	0,10444	0,13768	0,14900	0,13959	0,11712
	8	0,00001	0,00086	0,00810	0,02977	0,06528	0,10326	0,13038	0,13959	0,13176
	9	0,00000	0,00019	0,00270	0,01323	0,03627	0,06884	0,10140	0,12408	0,13176
	10	0,00000	0,00004	0,00081	0,00529	0,01813	0,04130	0,07098	0,09926	0,11858
	11	0,00000	0,00001	0,00022	0,00192	0,00824	0,02253	0,04517	0,07219	0,09702
	12	0,00000	0,00000	0,00006	0,00064	0,00343	0,01126	0,02635	0,04813	0,07277
	13	0,00000	0,00000	0,00001	0,00020	0,00132	0,00520	0,01419	0,02962	0,05038
	14	0,00000	0,00000	0,00000	0,00006	0,00047	0,00223	0,00709	0,01692	0,03238
	15	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002	0,00016	0,00089	0,00331	0,00903	0,01943
	16	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00005	0,00033	0,00145	0,00451	0,01093
	17	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00012	0,00060	0,00212	0,00579
	18	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00004	0,00023	0,00094	0,00289
	19	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00009	0,00040	0,00137
	20	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00003	0,00016	0,00062
	21	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00006	0,00026
	22	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002	0,00011
	23	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00004
	24	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002

