



FINANCES PUBLIQUES

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE  
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

**ANNÉE 2022**

---

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2**

*Durée : 3 heures – Coefficient : 5*

---

**Économétrie et statistique**

---

*Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.*

---

***Recommandations importantes***

*Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.*

*Sous peine d'annulation, en dehors du volet rabattable d'en-tête, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tels que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro ou toute autre indication, même fictive, étrangère au traitement du sujet.*

*Sur les copies, les candidats devront écrire et souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre de couleur noire ou bleue uniquement. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.*

*Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.*

**Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données**

**Nom de naissance**

**Prénom usuel**

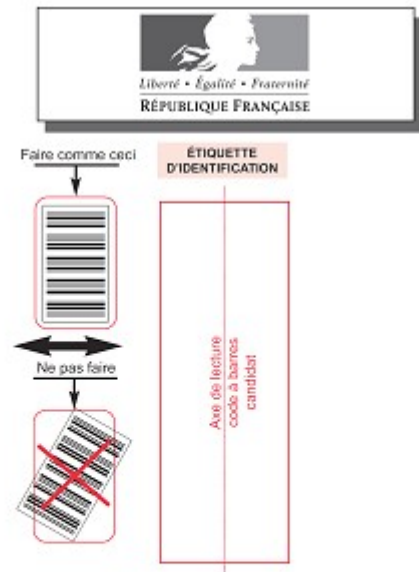
**Jour, mois et année**

**Signature obligatoire**

**Numéro de candidature**

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance



Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Rayer les mentions inutiles

**Externe**

**Inspecteur des Finances publiques**

Pour l'emploi de :

Épreuve n° : 2

Matière **027 – Économétrie et statistique**

Date : 0 9 1 1 2 0 2 1

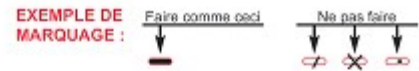
Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Preciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

**RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION**

**À L'ATTENTION DU CORRECTEUR**

Pour remplir ce document :  
Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur **NOIRE** ou **BLEUE**.



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

**À L'ATTENTION DU CANDIDAT**

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

Cadre A réservé à la notation				Cadre B réservé à la notation rectificative			
20	19	18		20	19	18	
17	16	15		17	16	15	
14	13	12		14	13	12	
11	10	09		11	10	09	
08	07	06		08	07	06	
05	04	03		05	04	03	
02	01	00		02	01	00	
Décimales				Décimales			
,00	,25	,50	,75	,00	,25	,50	,75
				Erreur			

NOTE / 20

NOTE / 20

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**



FINANCES PUBLIQUES

## SUJET

### ÉCONOMÉTRIE ET STATISTIQUE

Code matière : 027

*Les candidates et les candidats peuvent avoir à leur disposition sur la table de concours le matériel d'écriture, une règle, un correcteur, des surligneurs et le matériel spécifique ci-après.*

*Les matériels autorisés sont les suivants :*

- *les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;*
- *les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».*
- *les règles graduées, équerres, compas, rapporteurs.*

**Le candidat traitera obligatoirement les quatre exercices suivants.**

#### EXERCICE N° 1

Une société spécialisée dans la restauration et la vente d'objets d'art possède plusieurs ateliers de restauration et des archives représentant plusieurs milliers d'œuvres. Dans cet ensemble, certaines pièces nécessitent une intervention de plus de 6 mois et sont nommées pièces de type 'K'. Leur proportion est de 0,09.

1. Soit  $R_{100}$  le nombre de pièces de type 'K' parmi 100 choisies au hasard. Calculer  $P(R_{100} \geq 10)$
2. Soit  $R_{1000}$  le nombre de pièces de type 'K' parmi 1 000 choisies au hasard. Calculer  $P(85 \leq R_{1000} \leq 95)$
3. On sélectionne  $n$  pièces au hasard. Déterminer les valeurs de  $n$  telles que la proportion de pièces de type 'K' soit comprise entre 0,08 et 0,10 avec un risque d'erreur inférieur à 5 %.

#### EXERCICE N° 2

Le risque de défaillance dans le processus de restauration dépend du nombre de pièces à restaurer noté  $x$  et des ressources techniques d'un atelier notées  $R$ . Soit  $S$  une variable aléatoire réelle qui modélise ce risque de défaillance.

$S$  a une densité de probabilité  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{R^3} & \text{avec } 0 \leq x \leq R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{tq } R \in \mathbb{R} - \{0\}$$

1.

- a) Vérifier que  $f$  représente bien une densité de probabilité.  
 b) Calculer l'espérance et la variance de  $S$ .

2. Soit  $S_1, \dots, S_n$   $n$  variables aléatoires indépendantes de même loi que  $S$  et  $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$

- a) Calculer l'espérance et la variance de  $Y_n$ .  
 b) Expliquer pourquoi  $Y_n$  n'est pas un estimateur sans biais de  $R$ .  
 c) Déterminer un réel  $\mu$  tel que  $\hat{Y}_n = \mu Y_n$  soit un estimateur sans biais de  $R$ .  
 d) Calculer le risque quadratique de l'estimateur  $\hat{Y}_n$  de  $R$ .  
 e) Que peut-on dire de l'estimateur  $\hat{Y}_n$ ?  
 f) On considère un nombre  $\delta > 0$ .

À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|\hat{Y}_n - R| \geq \delta) = 0$

### EXERCICE N° 3

Une base de données permet de connaître la demande d'œuvres de style figuratif, en fonction du capital dont dispose le fonds de dotation de chaque client.

Le processus générateur de données est supposé répondre aux critères de validité d'une estimation d'un modèle linéaire simple. Les ventes sont décrites ci-dessous :

Client	Nombre de tableaux achetés	Capital du fonds en millions d'euros
1	2	11,4
2	9	40
3	5	21
4	5	99
5	10	87
6	3	29
7	12	150
8	6	60,4

Soit le modèle :  $Q_i = \beta K_i^\alpha$  avec  $Q_i$  le nombre de tableaux achetés l'année précédente et  $K_i$  le capital des clients notés  $i$ .

1. Rappeler les conditions que doit remplir le terme d'erreur pour appliquer le modèle de régression linéaire estimé par la méthode des moindres carrés (MCO).

2. Ces conditions sont supposées respectées. Linéariser le modèle et estimer ses paramètres en appliquant la MCO.
3. Calculer le coefficient de détermination  $R^2$  après l'avoir défini.
4. Calculer l'estimateur sans biais de  $\sigma^2$  la variance des résidus, puis effectuer un test de significativité de Student du coefficient  $\alpha$  au seuil de 1 % puis 5 %.
5. Interpréter le résultat. Que peut-on déduire de la relation qui lie montant du capital et nombre de tableaux de style figuratifs vendus ?

#### EXERCICE N° 4

La négociation avec la clientèle est modélisée de la façon suivante : une transaction se caractérise par un enchaînement de propositions de prix de ventes.

La probabilité qu'un client accepte une proposition est notée  $p$  est telle que  $0 < p < 1$ , celle de refuser le prix proposé est notée  $q$ , et telle que  $q = 1 - p$ .

On effectue une négociation de la façon suivante :

- si le client refuse le prix annoncé par le vendeur après  $n$  propositions avec  $n > 1$ , on arrête la vente ;
- dès que le client accepte, la négociation prend fin.

Dans le cadre de l'exercice, nous posons l'hypothèse forte d'indépendance des propositions successives.

1. Définir un espace probabilisé  $(\Omega, P(\Omega), P)$  associé à cette expérience aléatoire.
2. Soit  $N$ ,  $R$  et  $A$ , les variables aléatoires qui représentent respectivement lors d'un cycle de négociation :
  - $R$  : le nombre de refus ;
  - $A$  : le nombre d'acceptations ;
  - $N$  : le nombre total d'itérations.

a) Représenter une relation qui relie ces trois variables aléatoires.

b) Déterminer leur loi de probabilité respective ainsi que leur espérance en fonction de  $n$  et  $q$ .

Pour rappel :

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{1\} \quad \sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{1-x^n}{1-x}$$

3.

a) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire  $Y$  décrite par :  $Y = R \times A$  ?

b) En déduire l'expression de la covariance de  $R$  et  $A$  en fonction de  $n$  et  $q$ .

\*\*\*

Le sujet comporte deux annexes, pour un total de 2 pages.

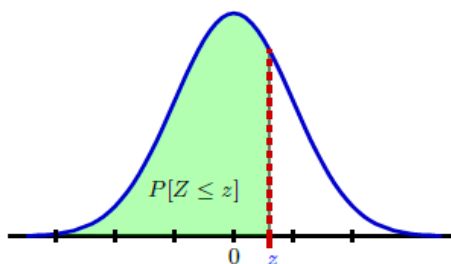
**Liste des annexes :**

- Annexe n° 1 : Table de la loi normale centrée réduite (1 page) ;
- Annexe n° 2 : Table de Student (1 page).

## Annexe n° 1 : Table de la loi normale centrée réduite

**Table N**

Aire sous la courbe normale à gauche de  $z$ , c'est à dire  $P[Z \leq z]$ , où  $Z \sim N(0; 1)$ .

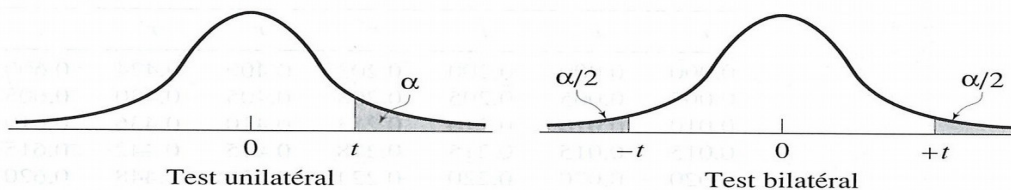


	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.10	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.20	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.30	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.40	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.50	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.60	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.70	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.80	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.90	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09



## Annexe n° 2 : Table de Student

Table  $t$  : points de pourcentage supérieurs de la distribution  $t$



Seuil de signification pour le test unilatéral									
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
Seuil de signification pour le test bilatéral									
$dl$	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.620
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
$\infty$	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

