



**Concours d'inspecteur
de la concurrence, de la consommation
et de la répression des fraudes
des 12 et 13 janvier 2016**

Concours externe dominante scientifique

EPREUVE N° 2 : options (*durée 3 heures - coefficient 4*)

Le candidat choisira *une* option parmi les six proposées et indiquera son choix sur sa copie

- **Option A)** - Biochimie et microbiologie page 2 à 10
- **Option B)** - Chimie pages 11 à 15
- **Option C)** - Physique..... pages 16 à 19

OPTION A : Biochimie et Microbiologie

Les bactéries et les bactériophages au service de la biopréservation des aliments.

La biopréservation est une technologie de conservation consistant à ajouter, dans les aliments conditionnés des « composés naturels » sélectionnés pour leurs capacités à inhiber la croissance des microflore d'altération et les microflore pathogènes.

Parmi les composés naturels utilisables dans ce cadre, on peut citer :

- Les bactéries lactiques.
- Les bactériocines.
- Les bactériophages.
- Les extraits de plantes (allicine, eugénol, thymol, capsaïcine...).

Ces technologies sont particulièrement intéressantes car elles permettent d'allonger la DLC tout en s'affranchissant de l'usage de conservateurs chimiques potentiellement toxiques et, le plus souvent, sans modifier défavorablement les qualités organoleptiques de l'aliment.

A. Les microflore ciblées par les procédés de biopréservation.

La biopréservation a pour objectif la lutte contre les flores microbiennes indésirables.

1. Définir les notions de microflore d'altération et de microflore pathogène.

La microflore pathogène comporte des bactéries capables d'exercer leur pouvoir pathogène selon deux mécanismes principaux.

2. Citer et définir chacun de ces mécanismes.

3. Pour chacun de ces mécanismes donner :

- Deux exemples de bactéries pathogènes.
- Leur nom de genre et d'espèce.

En alimentaire, la principale porte d'entrée des bactéries pathogènes est présentée dans l'**ANNEXE 1**.

4. Sur la copie, donner un titre à l'**ANNEXE 1** et expliquer en quoi cette structure anatomique est une porte d'entrée et de dissémination privilégiée pour certaines bactéries pathogènes.

Indépendamment du mécanisme mis en jeu, les bactéries pathogènes présentes dans les aliments peuvent être responsables de maladies regroupées sous l'acronyme : TIA.

5. Indiquer ce que signifie l'acronyme : TIA.

6. Rappeler les symptômes principaux que l'on peut retrouver dans le tableau clinique d'un patient atteint par ce type de maladie.

Les bactéries ne sont pas les seules à être indésirables. La présence de mycètes dans les aliments peut également être néfaste.

7. Détailler en quoi la lutte contre les mycètes est également indispensable pour préserver les qualités organoleptiques et maintenir la sécurité sanitaire du produit.

B. Bactéries lactiques et biopréservation.

La présence de bactéries lactiques dans les aliments est fréquente.

Dans la majorité des cas, c'est le process même de l'aliment qui en est à l'origine : yaourt, fromage, charcuterie, pâte non cuite du pain au levain...

Actuellement, l'adjonction de bactéries lactiques sur des aliments non se fait avec l'objectif de limiter voire de se passer totalement du recours aux conservateurs chimiques. Dans ce derniers cas, les *Lactobacillus* sont fréquemment utilisés.

L'ANNEXE 2 présente les principaux caractères du genre *Lactobacillus*.

1. Représenter sous forme d'un schéma légendé l'enveloppe d'un *Lactobacillus* en précisant et en identifiant les structures moléculaires.

2. Préciser et justifier les types trophiques énergétique et carboné de ces bactéries.

3. Expliquer le terme polyauxotrophe et en déduire les conditions nutritionnelles à appliquer au laboratoire.

L'ANNEXE 3 présente un extrait de la fiche technique du milieu MRS utilisé au laboratoire.

4. Justifier le fait que le milieu MRS est particulièrement adapté à l'obtention de colonies de *Lactobacillus*.

Actuellement, la biopréservation par les *Lactobacillus*, est appliquée aux aliments frais ou crus conditionnés sous vide ou sous atmosphère modifiée.

5. Expliquer la nécessité de présélectionner une souche de *Lactobacillus* psychrophile.

La cinétique de croissance bactérienne est aisément décrite par des paramètres mathématiques.

6. Définir G et $Q_{X_{\text{expo}}}$ (μ_{expo}), préciser leurs unités puis discuter des valeurs relatives de ces paramètres dans les conditions de conservation précitées.

Dans cette application, l'efficacité vient du fait que le catabolisme énergétique aboutit à une acidification de l'aliment consécutive au déroulement de la fermentation lactique.

7. Schématiser, en la détaillant, la chaîne métabolique qui permet la transformation du lactose en acide lactique.

C. Bactériocines et biopréservation.

La nisine est une bactériocine produite par la fermentation de substrats à base de lait ou de dextrose par une bactérie lactique : *Lactococcus lactis*.

Le spectre de l'activité antimicrobienne de la nisine est particulièrement large car il comporte de nombreuses bactéries pathogènes (Gram négatif et Gram positif), de nombreuses moisissures et levures.

Pour ces raisons, la formulation dans les produits alimentaires est autorisée ce qui justifie son codage sous la référence E234.

1. Indiquez ce que signifie la lettre E dans la référence E234.

L'ANNEXE 4 présente la composition en acides aminés de la nisine.

2. Indiquer, en le justifiant, à quelle catégorie de polymères appartient la nisine.

3. Nommer la liaison covalente qui assure l'association des acides aminés.

4. Représenter le mécanisme de condensation qui est à l'origine de la formation de cette même liaison en indiquant le nom des groupements fonctionnels en jeu.

5. Expliquer pourquoi on parle de polymère atypique.

L'ANNEXE 5 présente une classification des 20 acides aminés habituels.

L'ANNEXE 6 présente les modalités d'interaction de la nisine avec un système membranaire bactérien.

6. Mettre en relation les données des ANNEXES 5 et 6 en structurant précisément la réponse.

7. Expliquer en quoi la nisine peut avoir un effet létal sur les bactéries.

Fondamentalement, la nisine fournit un avantage sélectif à la souche productrice quand les conditions nutritionnelles du milieu se dégradent.

8. En prenant en compte ce fait biologique, représenter, dans un repère complètement renseigné, l'allure de la courbe de croissance de *Lactococcus lactis* ainsi que la cinétique de production de la nisine.

D. Bactériophages et biopréservation.

Comme leur nom le suggère, les bactériophages s'attaquent aux bactéries pour s'y développer en tant que parasite.

L'ANNEXE 7, représente la structure générale d'un bactériophage.

1. Annoter le plus précisément et le plus complètement possible la structure présentée en ANNEXE 7.

RENDRE L'ANNEXE 7 AVEC LA COPIE.

L'ANNEXE 8 présente succinctement les deux types d'interactions qui existent entre un bactériophage et une bactérie cible.

2. Détailler les étapes de ces deux types d'interactions.

3. De ces deux interactions indiquer, en le justifiant, celle qui apparaît comme étant la plus efficace dans un objectif de biopréservation par les phages.

La biopréservation des aliments par les bactériophages vise à lutter contre des bactéries potentiellement pathogènes.

L'utilisation des bactériophages dans une démarche de biopréservation implique qu'ils soient incorporés dans l'aliment. De ce fait, les bactériophages seront présents au moment de la consommation du produit.

L'ANNEXE 9 présente le schéma annoté d'un appareil digestif humain.

4. Préciser, en passant en revue le trajet d'un aliment contenant des phages de biopréservation, les différentes molécules ou conditions hostiles que de tels virus vont rencontrer.

5. En déduire le niveau de risque de la consommation de tels aliments additivés en bactériophages.

Terpénoïdes et biopréservation.

Certains antimicrobiens naturels issus des plantes ont démontré leur intérêt pour la biopréservation des aliments.

Ce sont les terpénoïdes concentrés dans les huiles essentielles obtenues par hydrodistillation qui supportent l'activité antimicrobienne.

Principaux composés antimicrobiens présents dans les épices d'après Fine et Gervais P. (2007).

Épices	Composés antimicrobiens
Ail	Allicine
Moutarde	Allylisothiocyanate
Anis	Anéthol
Paprika	Capsicidine
Piment de Cayenne, paprika	Capsaïcine
Romarin	Carnosol
Origan, sarriette, thym	Carvacrol
Écorce de cannelle	Aldéhyde cinnamique
Cannelle, graines de cumin	Cuminaldéhyde
Allspice, clou de girofle	Eugénol
Gingembre, thym	Géraniol
Menthe	Composés dérivés du p-menthane
Origan, thym	Thymol
Romarin	Acide ursolique

L'ANNEXE 10, présente le procédé d'hydrodistillation permettant d'extraire des plantes, les huiles essentielles contenant les terpénoïdes recherchés.

1. Expliciter complètement le principe de l'hydrodistillation appliquée ici.

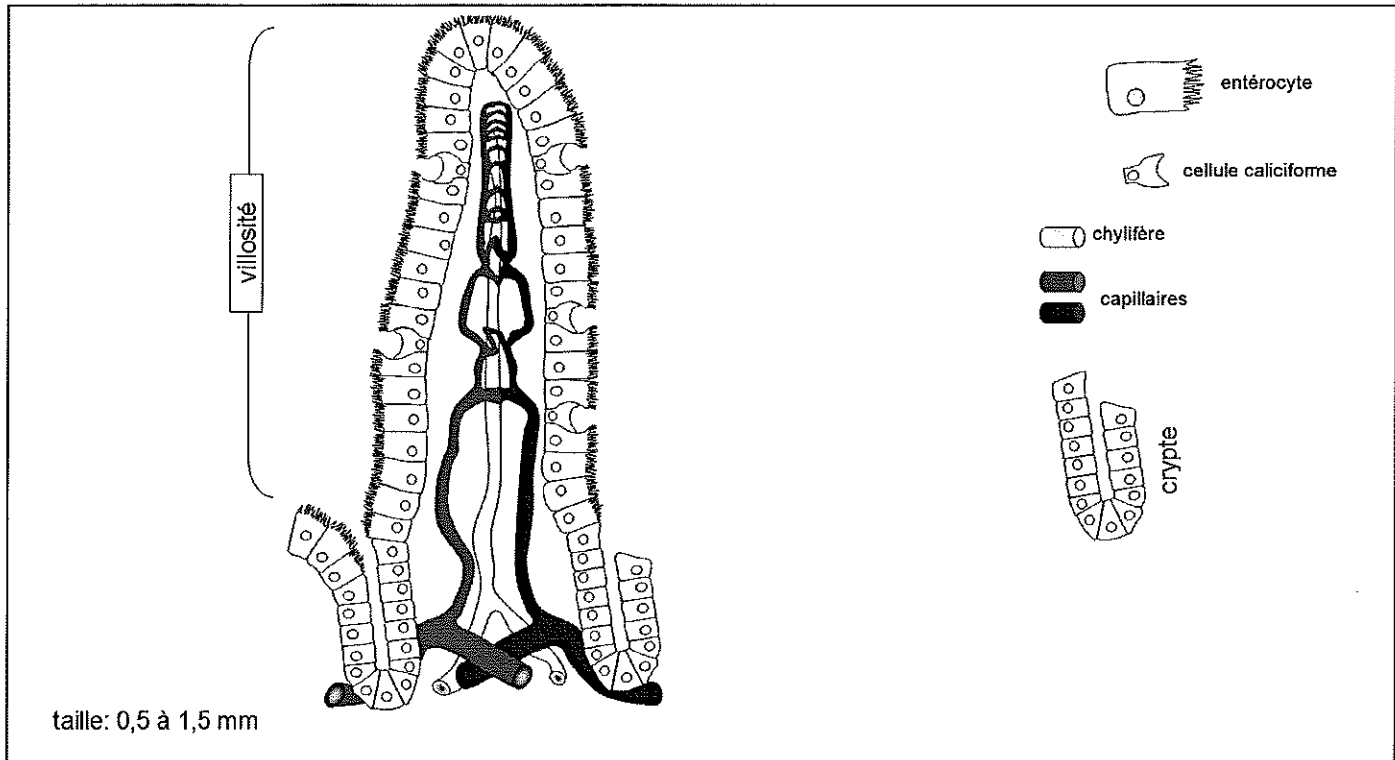
Il a été établi que la majorité des terpénoïdes à une concentration de 10mmol/L^{-1} provoquent, en 10 minutes, 5 Réductions Décimales (ou une diminution de 5 unités de log) d'une population bactérienne étalonée.

2. Proposer, sous la forme d'un organigramme précisément renseigné, un protocole permettant de mettre en évidence l'activité antimicrobienne décrite ci-dessus.

Rem : La suspension microbienne testée est une population de *Staphylococcus aureus* à 10^6 UFC.mL⁻¹.

3. Relever et présenter le problème organoleptique que peut poser l'utilisation de ces terpénoïdes comme conservateurs alimentaires.


ANNEXE 1 : Représentation de la principale porte d'entrée et de dissémination des bactéries pathogènes d'origine alimentaire.



ANNEXE 2 : Quelques caractères du genre *Lactobacillus*.

Les *Lactobacillus* sont décrits comme des bâtonnets droits ou incurvés, isolés ou en chaînettes. Très saccharolytiques, ils hydrolysent également la caséine et la gélatine. Producteurs d'acide lactique D, L ou DL, ils sont incapables de réduire les nitrates et ne possèdent ni catalase ni cytochrome oxydase. Ils sont acidophiles, polyauxotrophes et leur croissance est stimulée en présence de 5 à 10% de CO₂.

ANNEXE 3 : Fiche technique partielle du Milieu MRS.



Biokar
diagnostics

Gélose MRS

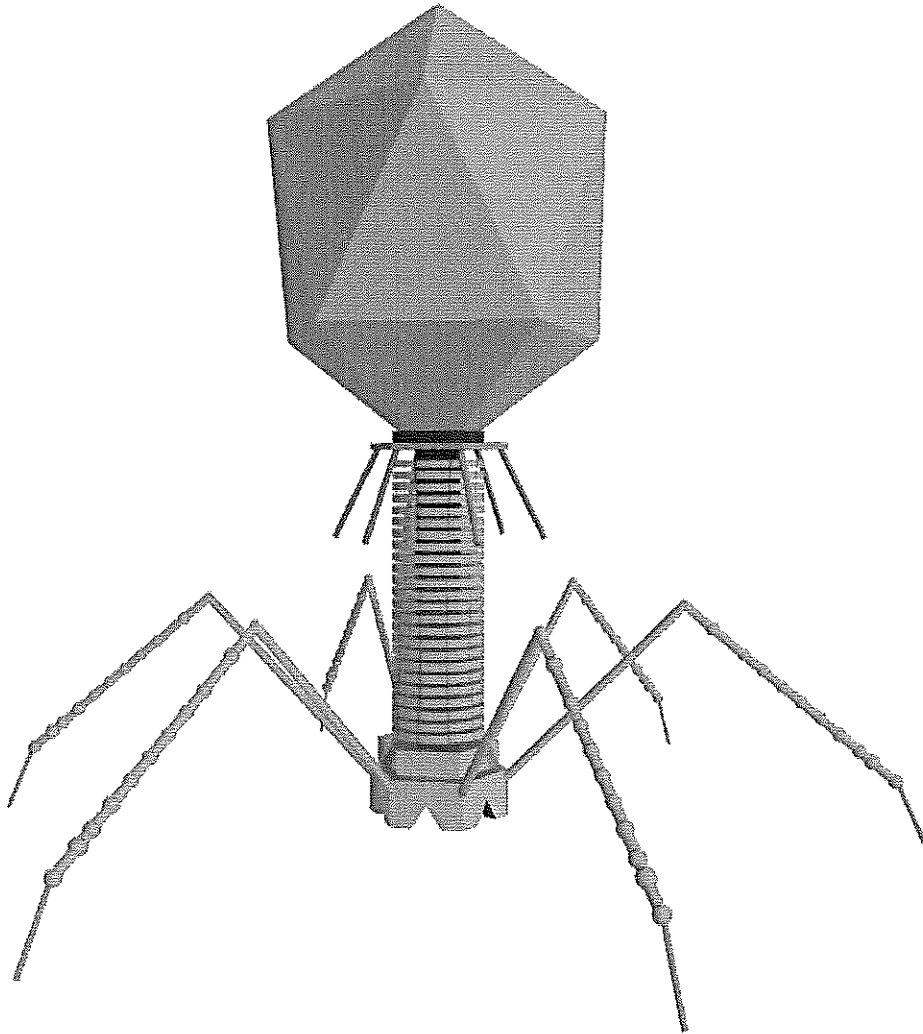
FORMULE - TYPE
(pouvant être ajustée de façon à obtenir des performances optimales)
Pour 1 litre de milieu :

- Polypeptone.....	10,00 g
- Extrait de viande	10,00 g
- Extrait autolytique de levure	5,00 g
- Glucose.....	20,00 g
- Tween 80	1,08 g
- Phosphate dipotassique	2,00 g
- Acétate de sodium	5,00 g
- Citrate d'ammonium.....	2,00 g
- Sulfate de magnésium	0,20 g
- Sulfate de manganèse.....	0,05 g
- Agar agar bactériologique.....	15,00 g

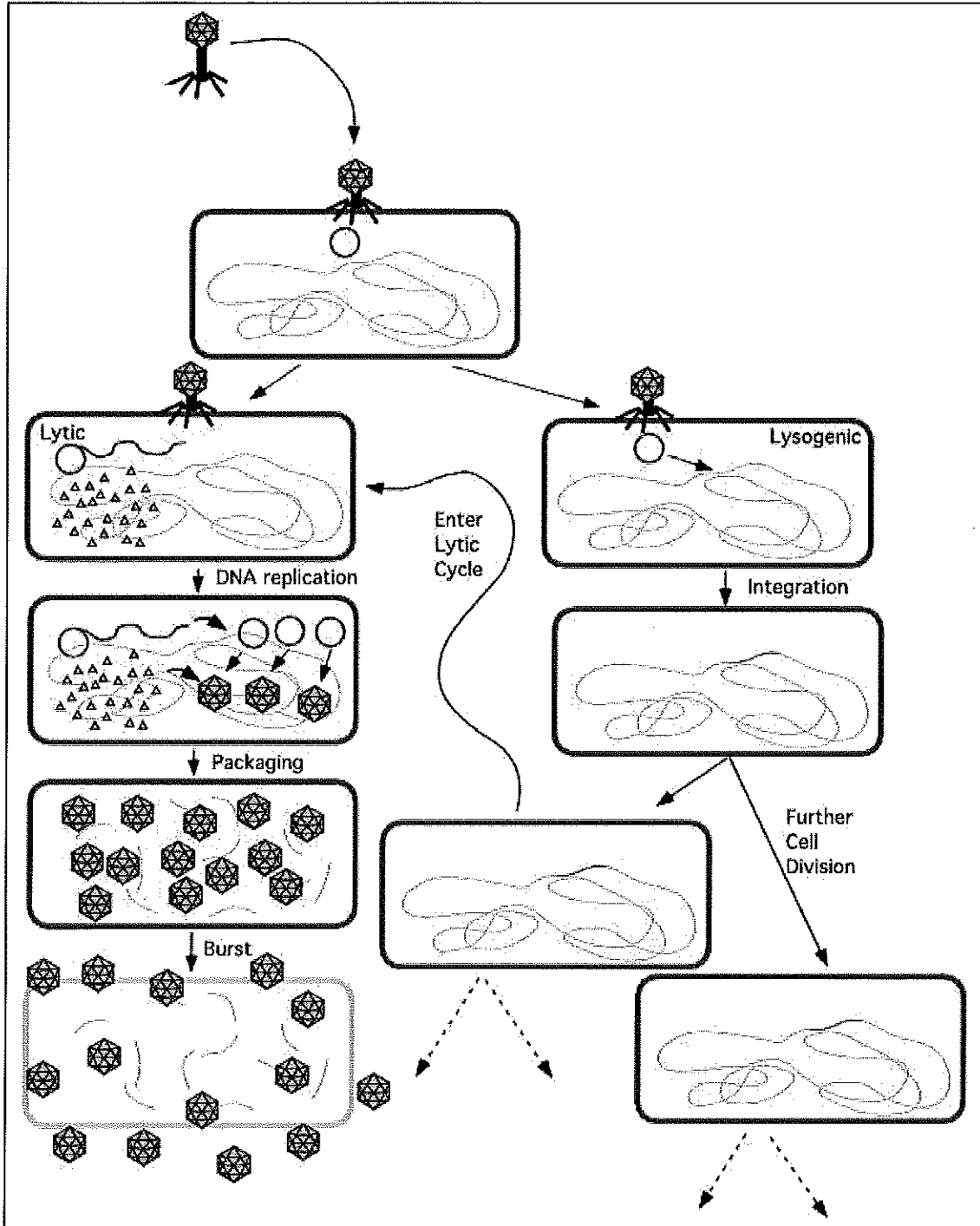
pH du milieu prêt-à-l'emploi à 25°C : 5,7 ± 0,1

ANNEXE 7 : Structure générale d'un bactériophage.

A RENDRE AVEC LA COPIE.

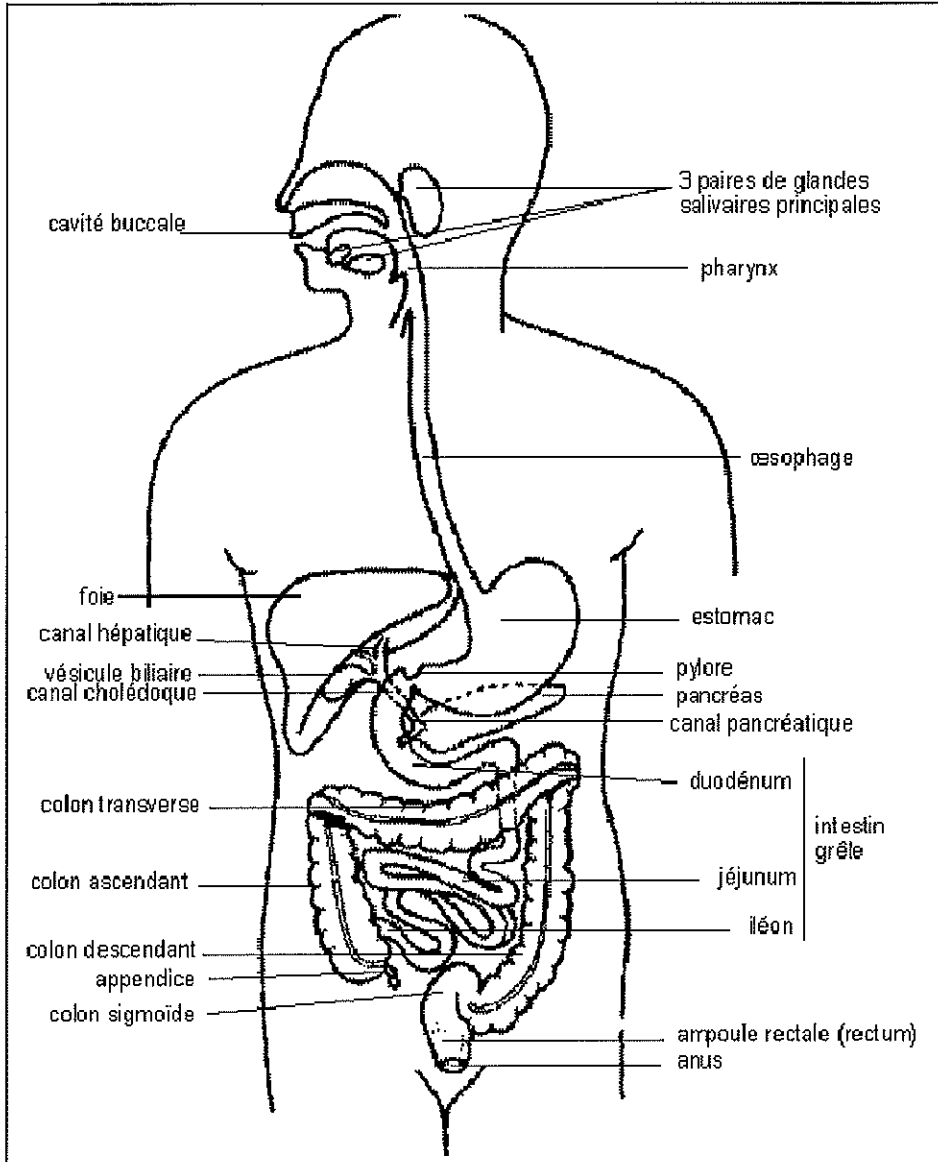


ANNEXE 8 : Interactions entre un bactériophage et une bactérie.

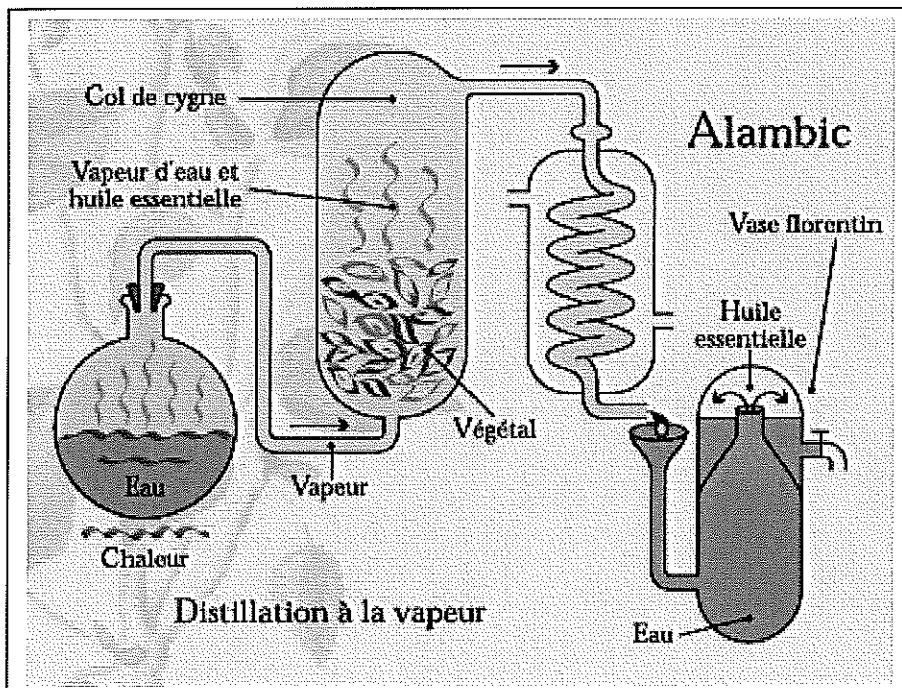


Vocabulaire:
Packaging: Morphogenèse.
Burst: Eclatement.
Further: Suivante.

ANNEXE 9 : Anatomie de l'appareil digestif.



ANNEXE 10 : Procédé d'extraction des huiles essentielles.

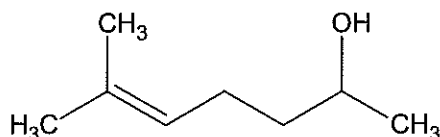


OPTION B : Chimie

Le sujet est composé de **deux parties A et B totalement indépendantes**.

A - Etude de deux voies de synthèse du sulcatol

Le sulcatol, représenté ci-dessous, est une phéromone d'agrégation, c'est-à-dire de communication de *Gnathotricus retusus*, un insecte des bois du nord-ouest de l'Amérique. La phéromone naturelle est en fait un mélange de (R) et de (S)-sulcatol en proportion environ 35 %-65 %. On étudie dans ce sujet plusieurs voies de synthèse du sulcatol.



la molécule de sulcatol

1. Généralités

- 1.1. Que signifient les notations "(S)" et "+" dans "(S)-(+)-sulcatol" ?
- 1.2. Nommer en nomenclature systématique et dessiner la molécule de (S)-(+)-sulcatol.
- 1.3. La phéromone naturelle peut-elle être qualifiée de mélange racémique ?
- 1.4. Est-il *a priori* simple de reconstituer la phéromone naturelle par une synthèse au laboratoire ? Expliquer le(s) enjeu(x) de cette potentielle voie de synthèse.

2. Etude d'une première voie de synthèse

2.1. Le maionate d'éthyle (ou propan-1,3-dioate de diéthyle) **A** est traité par un équivalent d'éthanolate de sodium ; l'intermédiaire **B** obtenu est mis à réagir avec un équivalent de 1,2-dibromoéthane et conduit au dérivé **C**. Celui-ci, en solution très diluée pour éviter les réactions intermoléculaires, est traité à nouveau par l'éthanolate de sodium et le composé **D** est obtenu.

a- Compléter les structures **A** à **D** dans le tableau de l'annexe 2, en représentation topologique.

b- Indiquer le mécanisme des transformations de **A** à **C**.

c- Le produit **D** majoritairement formé dans ces conditions a pour formule brute $C_9H_{14}O_4$. Sachant que ce composé fait apparaître un cycle de type cyclopropane, préciser sa formule topologique et rendre compte de sa formation par l'écriture d'un mécanisme.

2.2. **D** est traité par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium. Après acidification, le chauffage de la solution s'accompagne d'un dégagement gazeux. Indiquer dans l'annexe 2 la représentation topologique du composé **E** obtenu. Préciser le nom des deux réactions ayant eu lieu lors de cette étape.

2.3. Par action du chlorure de thionyle, $SOCl_2$, **E** est converti en chlorure d'acyle **F**.

a) Représenter la formule de Lewis du chlorure de thionyle, et préciser la géométrie de cette molécule en indiquant le raisonnement conduit en méthode VSEPR.

b) Indiquer l'équation de réaction ajustée de la transformation de **E** en **F**.

2.4. Le composé **F** mis à réagir dans l'éthanol conduit à **G**. Donner la formule de **G** dans l'annexe 2, préciser le nom de cette réaction.

2.5. On fait réagir l'iodure de méthylmagnésium en excès sur **G** ; après hydrolyse, on isole un composé organique **H**. Donner la structure de **H** dans l'annexe 2.

2.6. Quand on traite **H** par l'acide bromhydrique concentré, on observe, en plus du dérivé bromé **I** normalement attendu, la formation d'un isomère **I'** dont le spectre RMN du proton est le suivant :

- $\delta = 1,65$ ppm, singulet (6 protons) ;
- $\delta = 2,55$ ppm, quadruplet (2 protons) ;
- $\delta = 3,4$ ppm, triplet (2 protons) ;
- $\delta = 5,1$ ppm, triplet (1 proton) ;

Les structures des composés I et I' sont indiquées dans l'annexe 2.

Attribuer aux protons de I' les différents signaux de RMN.

2.7. I' est traité par un équivalent de magnésium dans l'éthoxyétane ; après disparition du magnésium, on ajoute un équivalent d'éthanal. Après réaction et hydrolyse, on obtient le sulcatol. Indiquer le mécanisme de cette dernière réaction.

2.8. D'un point de vue stéréochimique, comment qualifier le sulcatol obtenu par cette voie de synthèse ?

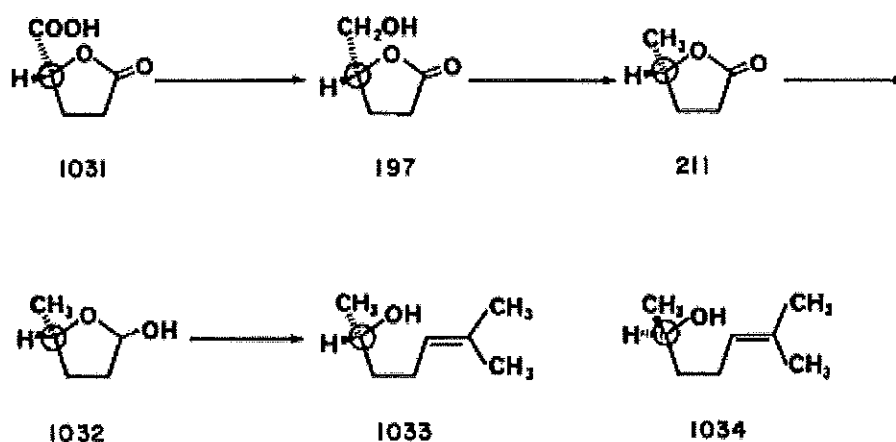
3 Etude documentaire d'une seconde voie de synthèse

Le document 1 est un extrait du livre *Asymmetric Synthesis*, vol. 4, édité par James Morrison et John Scott.

DOCUMENT 1 : extrait de *Asymmetric Synthesis*, vol. 4

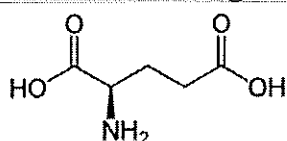
Several pheromones are relatively simple molecules containing a chiral secondary alcohol. One such example is sulcatol (6-methylhept-5-en-2-ol), the aggregation pheromone of the ambrosia beetle. Syntheses of both *R* and *S* enantiomers of this compound were required, since the natural material is apparently a 35:65 mixture of these materials.

Despite the comparatively uncomplicated structure of sulcatol, three entirely different syntheses of the enantiomers have been reported. In the first synthesis (Scheme 68), done by Mori (107), diazotization of (*R*)-glutamic acid gave lactone 1031, which was then reduced to alcohol 197. Removal of the excess oxygen atom, via the tosylate and iodide, produced the methyl-substituted lactone 211. Partial reduction to 1032 with diisobutylaluminum hydride and then Wittig reaction gave (*S*)-sulcatol (1033). A parallel series of reactions converted (*S*)-glutamic acid to (*R*)-sulcatol (1034).



Scheme 68. Sulcatol synthesis I.

DOCUMENT 2 : l'acide glutamique



N° CAS 6893-26-1

- 3.1. Dans le document 1, vérifier avec les règles CIP que le carbone asymétrique entouré de l'intermédiaire 1031 est de stéréodescripteur (R).
- 3.2. Quel est l'intérêt sur la voie détaillée dans le schéma du document 1 (*scheme 68*) de démarrer la synthèse de l'acide (R)-glutamique ?
- 3.3. Sachant qu'il se produit une réduction puis une réaction de Wittig pour transformer 1032 en 1033, donner la structure de l'intermédiaire nécessairement formé au cours de cette transformation.
- 3.4. Quelle est la relation entre les produits 1033 et 1034 ?

4. Conclusion

4 Quelle voie de synthèse (celle de la partie 2 ou celle de la partie 3) choisiriez-vous pour reconstituer l'hormone naturelle au laboratoire ? Justifier la réponse.

B – Le germanium

Le germanium est un métalloïde découvert en 1886 par Clemens Winkler dans l'argyrodite (Ag_4GeS_4 , $2 \text{Ag}_2\text{S}$). D. I. Mendeleïev avait déjà prédit en 1871 l'existence de cet élément et quelques-unes de ses propriétés chimiques à partir de sa place supposée dans la classification périodique, sous le silicium, d'où le nom de *ekasilicium* qu'il lui avait attribué.

Ce n'est qu'après 1945 que le germanium a acquis une importance industrielle, à cause de ses propriétés semi-conductrices très appréciées des industries électroniques.

1. a) Indiquer la configuration électronique de l'atome de germanium à l'état fondamental et justifier sa place dans la classification périodique.

b) Le germanium est-il dia-ou paramagnétique ? Justifier.

2.a) Le germanium cristallise selon une structure *diamant* composée d'une maille cubique face centrée dont un site tétraédrique sur deux est occupé. a) Compléter la maille représentée en annexe 3, en représentant les atomes de germanium, et indiquer la multiplicité de cette maille.

b) Quel est le mode du réseau ?

c) On indique que le contact a lieu entre un atome occupant un site tétraédrique et un atome formant ce site. En déduire une relation entre le paramètre de maille a et le rayon atomique r de l'atome de germanium. On justifiera en dessinant sur la copie un schéma annoté correspondant à un site tétraédrique occupé.

d) La masse volumique du germanium est de $5,32 \text{ g.cm}^{-3}$. En déduire la valeur du paramètre de maille a .

e) Calculer le rayon atomique du germanium et comparer à la valeur tabulée de 125 pm.

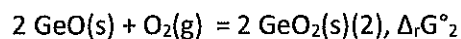
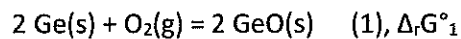
f) Calculer la compacité de la structure *diamant*, commenter le résultat obtenu.

g) A température ambiante, lorsque la pression augmente, le germanium se transforme en une phase de maille quadratique dont les paramètres sont $a=b=4,9585 \text{ \AA}$ et $c=2,7463 \text{ \AA}$ à 12GPa, avec $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$. Les coordonnées réduites des atomes de germanium dans cette maille sont alors $(0 ; 0 ; 0)$; $(0 ; 1/2 ; 1/4)$; $(1/2 ; 1/2 ; 1/2)$; $(1/2 ; 0 ; 3/4)$. Représenter la projection orthogonale de cette structure dans le plan $(\vec{a} ; \vec{b})$.

h) Quel est le mode de ce réseau ?

3. Le dioxyde de germanium (GeO_2), d'un indice de réfraction élevé ($n^D = 1,7$), est employé dans la fabrication des objectifs à grand angle pour les instruments d'optique.

On considère les deux équilibres suivants susceptibles de se produire lors de l'oxydation sèche du germanium :



- a) Exprimer les enthalpies libres standard de ces réactions en fonction de la température. *On se placera dans le cadre de l'approximation d'Ellingham.*
- b) Ecrire l'équilibre possible noté (3) de dismutation de deux équivalents de monoxyde de germanium GeO et indiquer de même l'expression de $\Delta_r G^\circ_3$.
- c) Sur quel domaine de température cet équilibre se produit-il ? En déduire sur quel intervalle de température on peut considérer que l'espèce GeO existe.
- d) Exprimer et calculer les pressions de corrosion du germanium et du monoxyde de germanium à 1 000 K. Conclure.

Annexe 1 : données

Constantes

nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Masse molaire ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

Ge : 72,64

Numéro atomique

Ge : 32

Données thermodynamiques à 298 K

	Ge(s)	GeO(s)	GeO ₂ (s)	O ₂ (g)
$\Delta_f H^\circ$ ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)		- 255	- 552	
S_m° ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	21	73	77	205

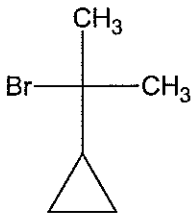
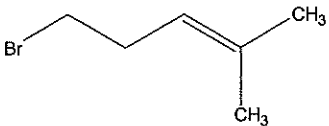
Changements d'états

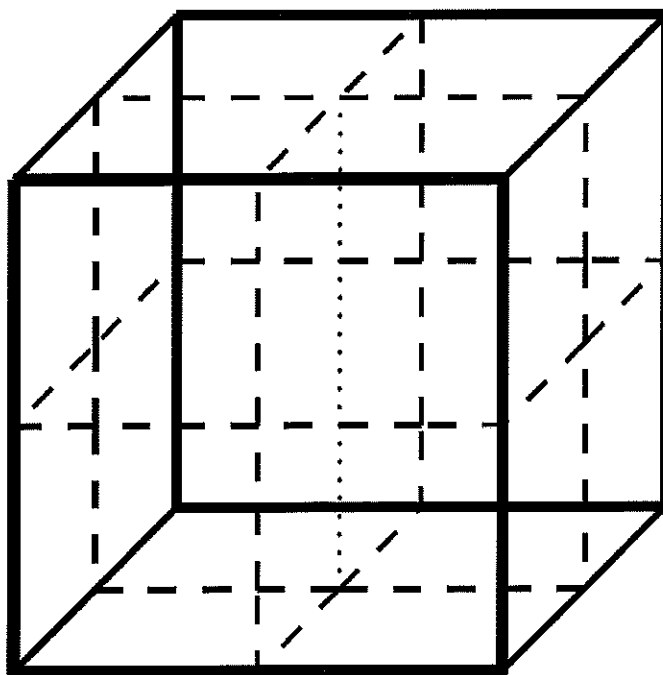
	T_{fus} (°C)	$T_{\text{éb}}$ (°C)	$\Delta_{\text{fus}} H^\circ$ ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)
Ge	939	2 833	36, 84
	1 115		

A RENDRE AVEC LA COPIE

N° ANONYMAT :

Annexe 2**Représentations topologiques des molécules de la partie A-2**

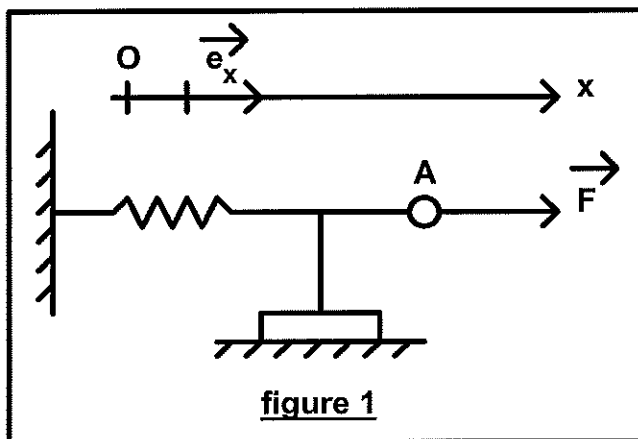
A	B	C
D	E	F
G	H	I 
I' 		

Annexe 3 Maille cubique

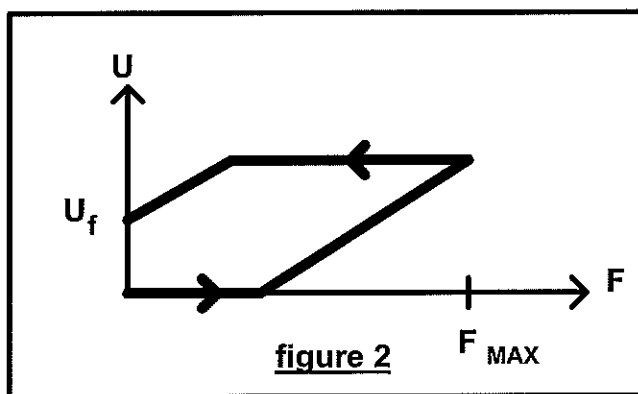
OPTION C : Physique

Problème 1 : Modèle de câble

Le référentiel d'étude est galiléen. On étudie un élément mécanique constitué d'un ressort parfait, de raideur k , et d'un patin de frottement (voir figure 1). Le point matériel A , de masse considérée comme nulle, peut se déplacer le long de l'axe du ressort noté (O, \vec{e}_x) . On note $U(t)$ son abscisse, nulle lorsque le ressort n'est ni comprimé ni étiré. Le fonctionnement du patin de frottement peut être modélisé de la façon suivante : lorsque $\frac{dU}{dt}(t) > 0$, celui-ci exerce sur A une force dissipative $\vec{F}_D = -F_0 \vec{e}_x$; lorsque $\frac{dU}{dt}(t) < 0$, celui-ci exerce sur A une force dissipative $\vec{F}_D = F_0 \vec{e}_x$ (F_0 est une constante strictement positive caractéristique du patin).



A partir d'une situation initiale telle que $U(0) = 0$, on soumet le point A à une force extérieure $\vec{F} = F \vec{e}_x$ avec F augmentant progressivement de 0 jusqu'à F_{MAX} puis diminuant progressivement de F_{MAX} à 0 et on représente l'évolution du système à l'aide d'un diagramme (U, F) . Soit U_f la valeur finalement atteinte par U .



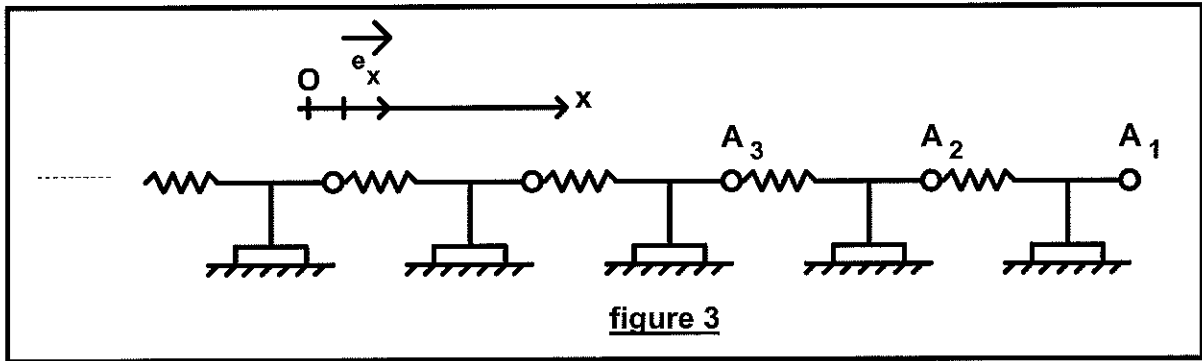
- 1) Dans le cas $F_{MAX} > 2F_0$, le diagramme d'évolution est fourni figure 2. Déterminer la valeur de F à partir de laquelle le déplacement de A commence à se produire, lors de la phase d'augmentation de F . Exprimer également U_f en fonction de F_0 et k .
- 2) Représenter, toujours en diagramme (U, F) , l'évolution du système dans le cas $F_{MAX} \in]F_0, 2F_0]$.

3) Que vaut U_f dans le cas $F_{MAX} \leq F_0$?

On considèrera désormais seulement le cas $F_{MAX} > 2F_0$.

- 4) On note $F_D = \vec{F}_D \cdot \vec{e}_x$ la composante sur \vec{e}_x de la force dissipative. Représenter l'évolution du système dans un diagramme F_D en fonction de F .
- 5) Exprimer le travail de la force dissipative, noté W_D , puis celui de la force extérieure appliquée, noté W_F , lors du processus complet.
- 6) Que représente la somme $W_D + W_F$?

On modélise un câble de grande longueur, accroché par l'une de ses extrémités à un point fixe, par une succession de $N \gg 1$ éléments analogues (mêmes caractéristiques k et F_0) à celui étudié précédemment (L'élément N accroché au point fixe n'est pas représenté sur la figure 3). Le déplacement longitudinal de chaque point matériel A_n ($n = 1, 2, \dots, N$), de masse toujours considérée comme nulle, est repéré par son abscisse $U_n(t)$. Quand le système est au repos (aucune force n'est appliquée en A_1 , aucun ressort n'est ni comprimé ni étiré), tous les U_n sont nuls.



A partir d'une situation initiale dans laquelle le câble est au repos, on applique au point A_1 une force extérieure $\vec{F}_1 = F_1 \vec{e}_x$ avec F_1 augmentant progressivement de 0 jusqu'à $F_{1 MAX}$. On note $U_{n,f}$ ($n = 1, 2, \dots, N$) les valeurs finalement atteintes par les déplacements $U_n(t)$.

- 7) Vérifier que le point A_n ($n = 1, 2, \dots, N$) s'est finalement déplacé vers la droite (soit $U_{n,f} > 0$) si $F_{1 MAX}$ a dépassé la valeur $n F_0$ (soit $F_{1 MAX} > n F_0$).
- 8) On se place dans le cas $\begin{cases} U_{n,f} > 0 \\ U_{n+1,f} = 0 \end{cases}$ pour $n \geq 2$ (le point A_n s'est finalement déplacé, le point A_{n+1} est resté immobile). Exprimer $U_{1,f}$ en fonction uniquement de k , n , $F_{1 MAX}$ et F_0 .
- 9) Tracer le graphe de $U_{1,f}$ en fonction de $\frac{F_{1 MAX}}{F_0}$ pour $\frac{F_{1 MAX}}{F_0} \in [0, 5]$. On explicitera les équations des différentes parties de ce graphe.
- 10) Des données expérimentales obtenues sur un câble d'acier fournissent une relation du type $U_{1,f} = \alpha (F_{1 MAX} - \beta)^\gamma$ avec α , β constantes positives et $\gamma > 1$. Cette relation est-elle cohérente avec le modèle développé ici ?

Problème 2 : Energie électrostatique

On considère un système constitué de deux charges ponctuelles immobiles, notées q_1 et q_2 , situées aux points notés M_1 et M_2 .

- 1) L'énergie potentielle intérieure de ce système de deux charges étant égale à celle de l'une des charges placée dans le champ électrostatique créé par l'autre, exprimer cette énergie en fonction de q_1 , q_2 et de la distance relative $r_{12} = M_1M_2$.

On considère désormais un système constitué de N charges ponctuelles immobiles, notées q_i ($i = 1, 2, \dots, N$), situées aux points notés M_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

- 2) Soit $V(M_i)$ le potentiel électrostatique créé, en M_i , par les points M_j ($j \neq i$). Montrer que l'énergie potentielle intérieure du système (d'origine purement électrostatique) est donnée par l'expression
- $$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V(M_i).$$

On considère désormais un système chargé spatialement continu, de volume fini, décrit par sa densité volumique de charge $\rho(M)$. On note donc $dQ = \rho(M) d\tau$ la charge élémentaire contenue par l'élément de volume $d\tau$, défini autour d'un point M quelconque du système.

- 3) Montrer que la densité volumique d'énergie est donnée, en tout point M du système, par l'expression
- $$\frac{dW}{d\tau} = \frac{\epsilon_0}{2} V(M) \operatorname{div} \vec{E}(M),$$
- V et \vec{E} étant le potentiel et le champ électrostatique en M .

On note (Σ) la surface fermée délimitant le système et Ω le volume fini qu'elle contient (Ω est donc le volume du système). On considère également une surface fermée entourant le système, notée (Σ') , délimitant un volume fini Ω' strictement supérieur à Ω .

- 4) Montrer que l'énergie électrostatique du système est donnée par l'expression
- $$W = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\iint_{(\Sigma')} V \vec{E} \cdot \vec{dS} + \iiint_{\Omega'} E^2 d\tau \right).$$
- 5) En déduire l'énergie potentielle intérieure (d'origine purement électrostatique) d'une boule de rayon R , uniformément chargée, de charge totale Q . On pourra utiliser une boule et une sphère de rayon $R' > R$ et considérer le passage à la limite $R' \rightarrow +\infty$.
- 6) En déduire le travail des forces électriques lors de l'expansion radiale d'une boule uniformément chargée d'un rayon initial R_1 à un rayon final $R_2 > R_1$. Commenter son signe.

Exercice : Optimisation d'un filtre sélectif

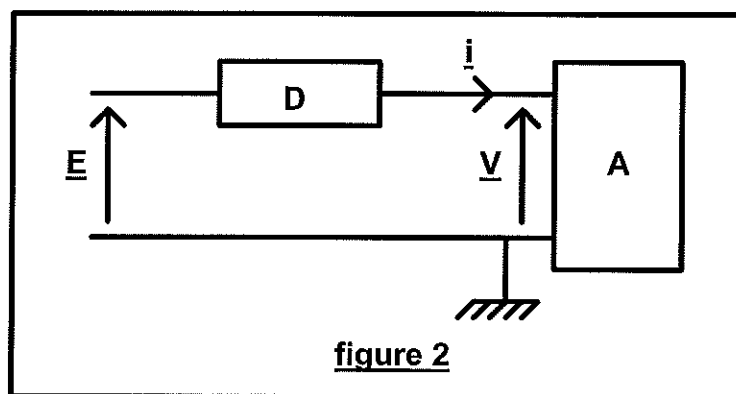
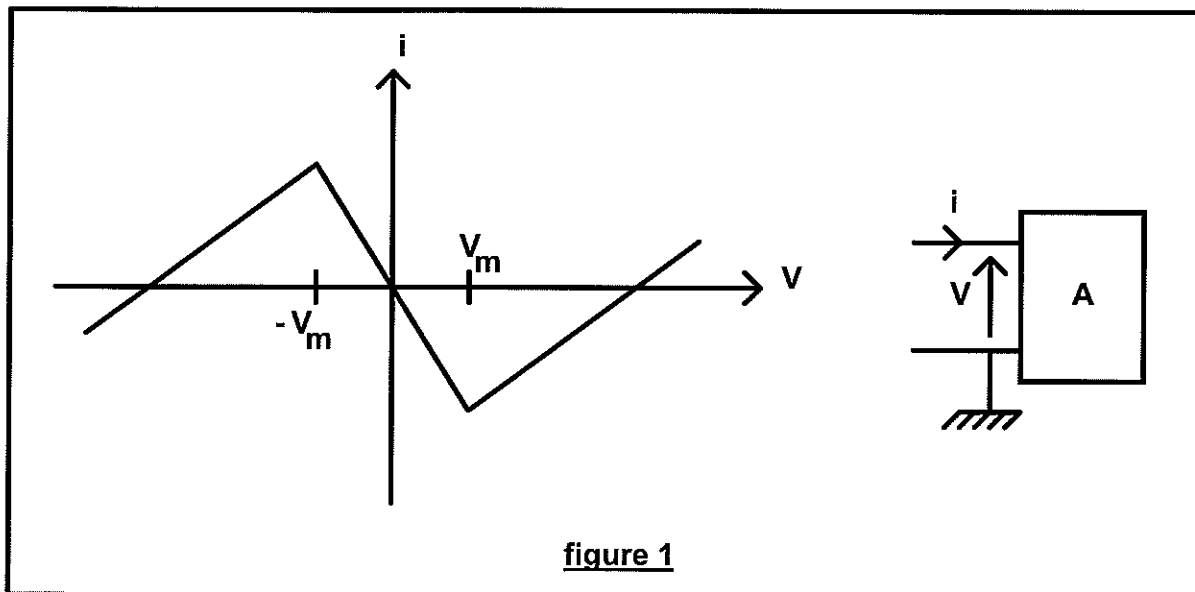
On utilise un dispositif actif, nommé A , dont le fonctionnement obéit, en régime quelconque, à la caractéristique d'entrée, présentée figure 1. On définit le paramètre R_0 tel que, pour tout

$V \in [-V_m, +V_m]$, l'intensité entrant dans le dispositif actif vérifie la relation $i = -\frac{V}{R_0}$ (celui-ci est

donc appelé dispositif à résistance négative).

Ce dispositif A est inséré dans le montage représenté figure 2, dans lequel le dipôle D est constitué d'une association en série d'un condensateur et d'une bobine réels, de sorte qu'il soit assimilable à un circuit série, de résistance totale notée R , d'inductance L et de capacité C . Ce montage est étudié en régime

sinusoïdal forcé, à la pulsation ω , l'amplitude de la tension d'entrée du dispositif A étant toujours supposée inférieure à V_m .



1. Exprimer $\underline{H} = \frac{V}{E}$ en fonction des paramètres de D et du paramètre R_0 . Pour quelle valeur de la pulsation, notée ω_0 , le gain du filtre est-il maximal ? Déterminer alors le gain maximal, noté H_{\max} , en fonction des paramètres R et R_0 .

On définit le rapport $\rho = \frac{R_0}{R}$ et on se restreint désormais au cas $\rho \in]0, 1[$.

Dans le cas $\rho_1 = \frac{1}{10}$ (respectivement $\rho_2 = \frac{1}{5}$), on note $H_{\max 1}$ (respectivement $H_{\max 2}$) le gain maximal et Q_1 (respectivement Q_2) le facteur de qualité du filtre.

2. Evaluer numériquement les rapports $\frac{H_{\max 2}}{H_{\max 1}}$ et $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Soit E_{\max} l'amplitude que le signal d'entrée ne doit pas dépasser, sous peine de sortir de l'intervalle $[-V_m, +V_m]$ des valeurs admissibles pour V .

3. Exprimer E_{\max} en fonction notamment de ρ . Comment fixer la valeur du paramètre ρ , pour optimiser le fonctionnement du montage ?