

**CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE
DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS
DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2022

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures – Coefficient : 6

Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation, en dehors du volet rabattable d'en-tête, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tels que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro ou toute autre indication, même fictive, étrangère au traitement du sujet.

Sur les copies, les candidats devront écrire et souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre de couleur noire ou bleue uniquement. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données

Nom de naissance

Prénom usuel

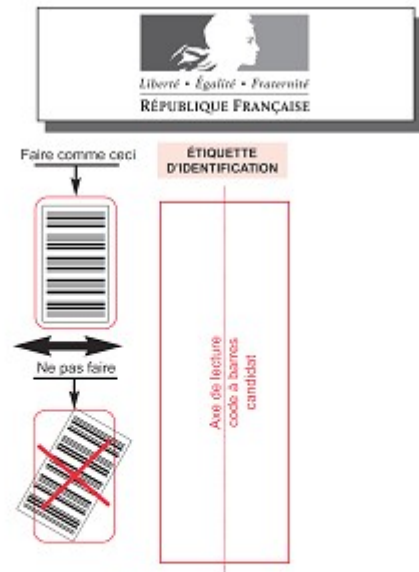
Jour, mois et année

Signature obligatoire

Numéro de candidature

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance



Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

Externe

Technicien-géomètre

Pour l'emploi de :

Épreuve n° : **2**

Matière : **030 – Mathématiques**

Date : **0 7 | 1 2 | 2 0 2 1**

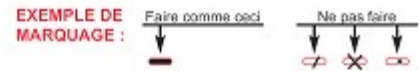
Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document : Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur **NOIRE** ou **BLEUE**.



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

Cadre A réservé à la notation				Cadre B réservé à la notation rectificative			
20	19	18		20	19	18	
17	16	15		17	16	15	
14	13	12		14	13	12	
11	10	09		11	10	09	
08	07	06		08	07	06	
05	04	03		05	04	03	
02	01	00		02	01	00	
Décimales				Décimales			
,00	,25	,50	,75	,00	,25	,50	,75
				Erreur			

NOTE / 20

____,____

NOTE / 20

____,____

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE



SUJET

Mathématiques

Code matière : 030

Les candidates et les candidats peuvent avoir à leur disposition sur la table de concours le matériel d'écriture, une règle, un correcteur, des surligneurs et le matériel spécifique ci-après.

Les matériels autorisés sont les suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen » ;
- les règles à calcul, équerres, compas, rapporteurs.

Vous traiterez l'ensemble des exercices dans l'ordre choisi.

Exercice 1

1. Pour tous réels a et b , montrer que : $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$.

Vous vous appuyerez sur le fait que $e^{i(a+b)} = e^{ia} \times e^{ib}$

2. On considère, pour tout réel x , l'expression $A(x) = 1 + \cos(2x) + \sin(2x)$.

a. Vérifier que pour tout réel x on a $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$.

b. En déduire que $A(x) = 2\sqrt{2} \cos(x) \cos(x - \frac{\pi}{4})$.

c. Déterminer la valeur exacte de $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

3.

a. Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'équation $\cos(x) + \sin(x) = 1$

b. Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation $\cos(x) + \sin(x) < 1$

Exercice 2

Soit a un réel strictement positif .

On considère ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = a$ et $AC = 3a$.

Vous ferez une figure en prenant $a = 2$ cm.

1. Construire le barycentre G de (A,-5) (B,6) (C,2).

2. Calculer GA^2 , GB^2 et GC^2 en fonction de a .

3. Déterminer et construire l'ensemble E des points M du plan vérifiant :

$$-5MA^2 + 6MB^2 + 2MC^2 = 12a^2 .$$

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \int_n^{n+1} 2e^{-2x} dx$.

1.

a. Calculer u_0 .

b. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_n = e^{-2n}(1 - e^{-2})$.

2.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. Donner ses éléments caractéristiques.

b. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

3.

Pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

a. Exprimer S_n en fonction de n .

b. Étudier la limite de la suite (S_n) .

c. Déterminer à partir de quelle valeur de n , on a $S_n > 0,9999$.

Exercice 4

PARTIE A : Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 1 + x - 3x \ln(x)$.

1. Étudier les limites de la fonction g en 0 et en $+\infty$.

2. Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.

3. Montrer que sur l'intervalle $[1; 2]$, l'équation $g(x) = 0$ possède une solution unique α . Donner un encadrement de α à 10^{-2} .

PARTIE B : Étude de la fonction f

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{100 \ln(x)}{(1+x)^3}$.

On appelle C_f sa courbe représentative dans un repère.

1.

a. Déterminer la limite de f en 0.

b. Démontrer que pour tout réel $x \geq 1$, on a : $0 \leq f(x) \leq 100 \frac{\ln(x)}{x^3}$.

En déduire la limite de f en $+\infty$.

c. Préciser les asymptotes à la courbe représentative de f .

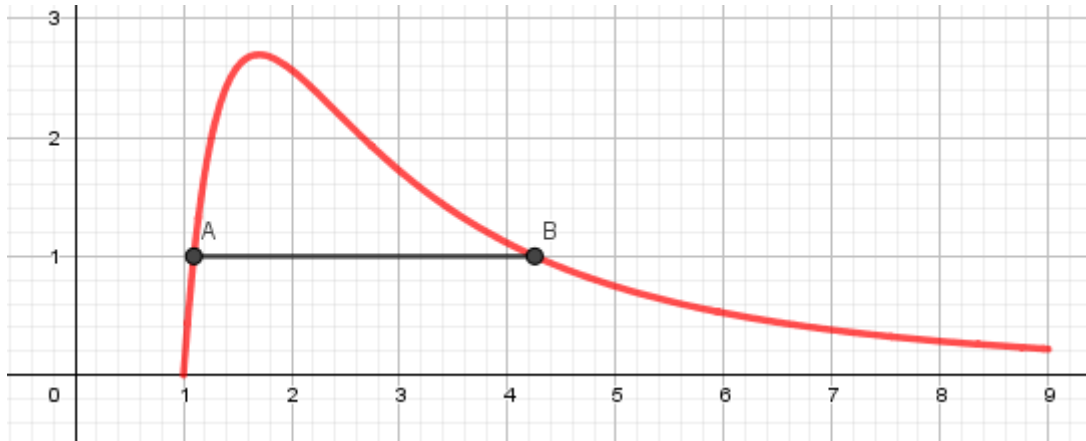
2. Montrer que pour tout réel x strictement positif, on a : $f'(x) = \frac{100 g(x)}{x(1+x)^4}$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

4. Montrer que le maximum de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ est : $f(\alpha) = \frac{100}{3\alpha(1+\alpha)^2}$ où α est le réel défini à la question A.3.

5. Déterminez une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

6. Un maire souhaite installer un toboggan dans l'aire de jeu de son village. Le profil de ce toboggan est modélisé par la courbe de la fonction f définie sur l'intervalle $[1;9]$. La courbe C_f est tracée dans le repère orthonormé ci-dessous dont l'unité est le mètre.



Pour consolider le toboggan, le maire a demandé au constructeur de renforcer la structure par une barre horizontale située à 1 m du sol. Quelle sera alors la longueur en centimètres de cette barre ? (arrondir à l'unité).

