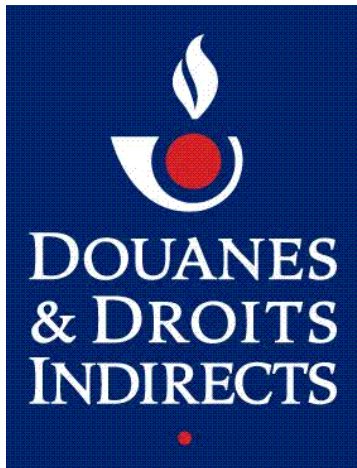




**MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE, DE L'INDUSTRIE
ET DE L'EMPLOI**

**MINISTÈRE
DU BUDGET, DES COMPTES PUBLICS
ET DE LA FONCTION PUBLIQUE**



Direction Générale des Douanes et Droits Indirects

Annales des épreuves



**CONCOURS EXTERNE DES 27, 28 FÉVRIER ET 1^{ER} MARS 2007
POUR L'EMPLOI D'INSPECTEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS DANS LA
SPECIALITÉ « MAINTENANCE AUTOMOBILE »**

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°3

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 4)

**MATHÉMATIQUES (SOLUTION À UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES OU
EXERCICES)**

AVERTISSEMENTS IMPORTANTS

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. Si vous composez dans une option différente ou dans plusieurs options de la présente épreuve, votre copie sera notée 0/20.

L'usage de la calculatrice, d'un convertisseur et de tout document autre que le support fourni est interdit. Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera l'exclusion du concours.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen avant le terme de la première heure.

Le présent sujet comporte 4 pages.

REMARQUES PRÉLIMINAIRES :

Les quatre exercices à traiter sont indépendants les uns des autres.

Tous doivent être traités.

Les réponses doivent être précédées des numéros des questions et exercices auxquelles elles se rapportent.

Toutes les réponses devront être rigoureusement justifiées.

EXERCICE 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (1) :

$$\frac{z-2}{z-1} = z$$

On donnera le module et un argument de chaque solution.

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (2) :

$$\frac{z-2}{z-1} = i$$

On donnera la solution sous forme algébrique.

3) Soit M , A et B les points d'affixes respectives : z , 1 et 2.

On suppose que M est distinct des points A et B .

a) Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z-2}{z-1}$.

b) Retrouver géométriquement la solution de l'équation (2).

4) a) Montrer à l'aide d'une interprétation géométrique, que toute solution de l'équation dans \mathbb{C} :

$$\left(\frac{z-2}{z-1}\right)^n = i$$

où n désigne un entier naturel non nul donné, a pour partie réelle $\frac{3}{2}$.

b) Résoudre alors dans \mathbb{C} l'équation (3) :

$$\left(\frac{z-2}{z-1}\right)^2 = i$$

On mettra les solutions sous forme algébrique.

1 gros rouge et 3 petits rouges ; 2 gros verts et 1 petit vert ; 1 petit jaune.

Un enfant choisit au hasard et simultanément 3 cubes de la boîte. (On admettra que la probabilité de tirer un cube est indépendante de sa taille et de sa couleur).

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1) On note : A l'événement « obtenir des cubes de couleurs différentes » et B l'événement « obtenir au plus un petit cube ».

a) Calculer la probabilité de A .

b) Vérifier que la probabilité de B est égale à $\frac{2}{7}$.

2) Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de petits cubes rouges tirés par l'enfant.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .

3) L'enfant répète n fois l'épreuve « tirer simultanément trois cubes de la boîte » en remettant dans la boîte les cubes tirés avant de procéder au suivant.

Les tirages sont indépendants.

On appelle Y la variable aléatoire qui, à l'issue des n épreuves associe le nombre de fois où B est réalisé.

a) Déterminer la loi de probabilité de Y .

b) Déterminer l'espérance mathématique de Y et sa variance en fonction de n .

c) On note P_n la probabilité que l'événement B soit réalisé au moins une fois.

Déterminer P_n en fonction de n , en déduire le plus petit entier n tel que :

$$P_n \geq 0,99$$

Données :

x	5	7	10
$\ln(x)$	1,61	1,95	2,30

EXERCICE 3

1) Résoudre l'équation différentielle : $9y'' + 4\pi^2y = 0$.

2) Déterminer la fonction f , solution de l'équation, qui vérifie :

$$f(0)=1 \quad \text{et} \quad f'(0) = \frac{-2\sqrt{3}}{3} \pi .$$

3) Déterminer les réels positifs A , ω et le réel ϕ de l'intervalle $[-\pi; \pi]$ tels que, pour tout nombre réel x :

$$f(x) = A \cos(\omega x + \phi)$$

4) Calculer la valeur moyenne μ puis la valeur efficace f_e de f sur l'intervalle $\left[-\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right]$.

Données : Sur $[a; b]$, $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

$$\text{et } f_e > 0 \text{ avec } f_e^2 = \frac{1}{b-a} \int_a^b [f(x)]^2 dx .$$

EXERCICE 4

(Données :

Développement limité au voisinage de 0 de $e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + x^n \varepsilon(x)$)

Soit la fonction réelle $f : x \mapsto f(x) = \frac{e^{2x}-1-2x}{e^x-1-x}$.

Etudier le signe de $h(x) = e^x - 1 - x$, pour $x \in \mathbb{R}$.

En déduire le domaine de définition de f .

1) Calculer $f'(x)$.

Montrer que $f'(x)$ est du signe de $N(x)$ avec $N(x) = (e^x - 1)\psi(x)$.

On pourra déterminer le signe $\psi(x)$ en étudiant ses variations.

2) Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition (justifier soigneusement les résultats).

3) Montrer que f peut-être prolongée au point $x = 0$ et calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-4}{x}$ quand $x \rightarrow 0$

En déduire la pente de la tangente au point d'abscisse nulle.

4) Donner l'allure de la courbe représentative de f .

CONCOURS INTERNE DES 27, 28 FÉVRIER ET 1^{ER} MARS 2007
POUR L'EMPLOI D'INSPECTEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS
DANS LA SPÉCIALITÉ « MAINTENANCE AUTOMOBILE »

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 3

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 4)

COMPOSITION SUR UN SUJET RELATIF AUX MISSIONS, À L'ORGANISATION ET À LA RÉGLEMENTATION DOUANIÈRES.

AVERTISSEMENTS IMPORTANTS

L'usage de la calculatrice ou de tout autre document que le support fourni est **interdit**.

Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera l'**exclusion du concours**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

Le présent sujet comporte 2 pages.

TROIS SUJETS SONT PROPOSÉS. VOUS NE DEVEZ TRAITER QUE L'UN DE CES TROIS SUJETS. VOUS REPORTEREZ EN DÉBUT DE COPIE L'INTITULÉ DU SUJET CHOISI.

1 - Quel rôle joue la douane en matière de sûreté ?

2 - Les contrôles à la circulation.

3 - Le contrôle physique des marchandises effectué dans le cadre du dédouanement.
