MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA RELANCE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de la concurrence
de la consommation
et de la répression des fraudes

CONCOURS D'INSPECTEUR
DE LA CONCURRENCE DE LA CONSOMMATION ET DE LA REPRESSION DES FRAUDES DU 18 janvier 2021

Concours externe dominante scientifique

EPREUVE N° 2 : Option G→ Physique

Résolution de problèmes et/ou cas pratiques

(Durée 3 heures - coefficient 1)

L'utilisation de la calculatrice est interdite

L'usage de la calculatrice (ainsi que de tout dispositif électronique) est interdit.
Le candidat traitera les 2 problèmes indépendants.

PB 1 : Interactions électrostatiques

Partie A : Interaction entre une charge et un dipôle

Le plan d'étude est ramené au système d'axes cartésien (Oxy). Une charge ponctuelle $q > 0$, fixée à l'origine O, crée autour d'elle un champ électrostatique $\overrightarrow{E_q}$. On place en un point quelconque du plan d'étude, noté A (de coordonnées polaires $r = OA$ et $\theta = (\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{OA})$), un dipôle électrostatique permanent, de moment $\vec{p}$ (de direction appartenant au plan d'étude et de norme p constante), tel que $\alpha = (\overrightarrow{u_x}, \vec{p})$ soit fixé.

1) Exprimer, en fonction des données q, p et α, l'énergie potentielle du dipôle placé dans le champ $\overrightarrow{E_q}$, notée $E_P(r, \theta)$.
2) En déduire que la force s'exerçant sur le dipôle, au point A, est donnée par l'expression $\vec{F} = \frac{q\,p}{4\Pi\,\varepsilon_0\,r^3}\left[-2\cos\psi\,\overrightarrow{u_r} + \sin\psi\,\overrightarrow{u_\theta}\right]$ avec $\psi = (\overrightarrow{u_r}, \vec{p})$.
3) Soit $\varphi = (\overrightarrow{u_r}, \vec{F})$. Déterminer $\tan\varphi$ en fonction de ψ. Représenter, sur un schéma, le moment $\vec{p}$ ainsi que la force $\vec{F}$ qu'il subit (on prendra $\psi \in \left]0, \frac{\Pi}{2}\right[$). Cette force a-t-elle tendance à éloigner ou à rapprocher le dipôle de la charge ?
4) Soit $\vec{M} = \vec{p} \wedge \overrightarrow{E_q}$ le moment du torseur de force s'exerçant sur le dipôle. Donner son expression en A, en fonction des données q, p et α, soit $\vec{M}(r, \theta)$. Représenter ce vecteur sur le schéma précédent. Dans quel sens a-t-il tendance à faire tourner le dipôle ? Commenter.

On change de point de vue en s'intéressant désormais aux actions que subit une charge ponctuelle $q > 0$, placée, en un point quelconque O, dans le champ créé par un dipôle électrostatique de moment constant $\vec{p}$, placé en A.

5) Exprimer le champ électrostatique créé par le dipôle au point O, noté $\overrightarrow{E_p}(O)$.
6) En déduire la force $\vec{F}'$ s'exerçant sur q en O ainsi que son moment au point A, noté $\vec{M}'$.
7) Comparer les forces $\vec{F}$ et $\vec{F}'$ ainsi que les moments $\vec{M}$ et $\vec{M}'$. Conclure.

Partie B : Interaction entre deux dipôles

L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$. On place au point O un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\vec{p}$ tel que $\vec{p} = p\,\overrightarrow{u_x}$ avec p constante positive.

1) Montrer que le champ électrostatique, en M quelconque de vecteur position $\vec{r}$, peut se mettre sous la forme $\vec{E}(M) = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0 r^3}\left(\frac{3\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^2}\vec{r} - \vec{p}\right)$ avec $r = \|\vec{r}\|$.

2) On place en $O'(d>0,0,0)$ un autre dipôle, de moment dipolaire $\vec{p}'$ tel que $\vec{p}' = p'\overrightarrow{u_x}$ avec p' constante positive. Déterminer la force exercée par le dipôle placé en O sur celui placé en O'.

3) On place désormais autour du point O' un ensemble de charges, d'extension faible, de moment dipolaire propre nul mais de polarisabilité α. Cet ensemble de charges acquiert donc, sous l'effet d'un champ extérieur $\vec{E}_{ext}$, un moment induit $\vec{p}_{ind} = \alpha\,\varepsilon_0\,\vec{E}_{ext}$. En quelle unité peut-on exprimer α ? Quel est son signe ? Déterminer la force exercée par le dipôle placé en O sur cet ensemble de charges.

PB 2 : Détentes de gaz

On considère un système fermé, contenant n moles de gaz. L'équilibre thermodynamique de celui-ci est caractérisé par son volume V, sa pression P et sa température T. On note U son énergie interne, H son enthalpie et S son entropie.

Partie A : Relations générales

Le système subit une transformation élémentaire quelconque. On rappelle que les variations d'énergie interne, de volume et d'entropie associées vérifient la relation $dU = T\,dS - P\,dV$.

1) Soit dH la variation d'enthalpie associée. Exprimer celle-ci en fonction, entre autre, des variations dS et dP.

La capacité thermique à pression constante du système étant notée C_P, on admet l'existence d'un coefficient, noté k, tel que la variation d'entropie du système puisse s'écrire $dS = C_P\frac{dT}{T} + \frac{k}{T}dP$.
On définit, d'autre part, le coefficient de dilatation isobare du système, noté α, par l'expression $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$.

2) En quelle unité peut-on exprimer k et α ?

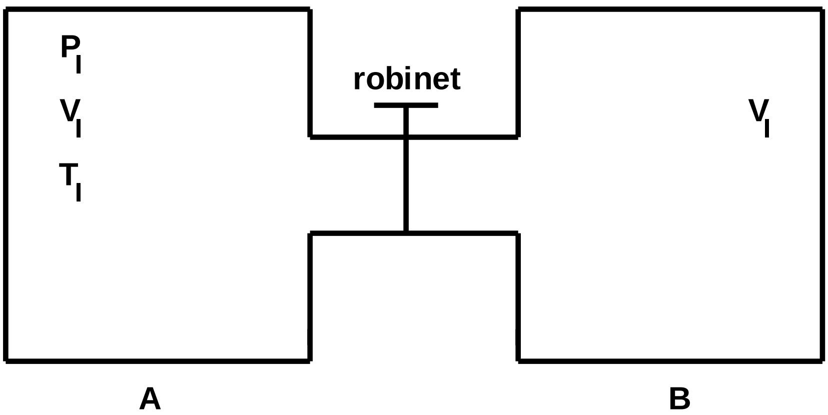
3) On admet la relation $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$. Exprimer le rapport $\frac{k}{\alpha}$ en fonction du produit VT.

4) On note $\sigma = \frac{dT}{dP}$ le rapport des variations de température et de pression que le système subit lors de la transformation. Etablir, pour une transformation isenthalpique, la relation $\sigma = \frac{V}{C_P}(\alpha T - 1)$.

Partie B : Détente d'un gaz parfait

On utilise dans cette partie le modèle du gaz parfait. Le rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant, noté $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$, est considéré comme constant. Le système, toujours constitué de n moles, subit une transformation d'un état initial défini par (T_I , P_I) à un état final défini par (T_F , P_F).

1) Déterminer les coefficients k et α. En déduire l'expression des variations d'entropie ΔS et d'énergie interne ΔU que subit le système lors de la transformation quelconque étudiée ici.
2) Que vaut, dans le cas d'une transformation isenthalpique, la différence $\Delta T = T_F - T_I$?



On étudie désormais le dispositif expérimental suivant (voir ci-dessus): un récipient rigide, dont les parois sont calorifugées, est constitué de deux compartiments A et B, de même volume V_I, que l'on peut mettre en communication grâce à un robinet. Initialement celui-ci est fermé, le compartiment A contenant n moles de gaz parfait, dont l'équilibre thermodynamique est caractérisé par (T_I , P_I), le compartiment B étant vide.

Afin de réaliser la détente des n moles de gaz, on procède en 2 étapes.

Etape (i) : On ouvre très légèrement le robinet. L'écoulement du gaz vers le compartiment B est suffisamment lent pour que l'on puisse considérer le processus comme réversible pour la quantité de gaz qui reste dans le compartiment A. On ferme le robinet dès que l'équilibre mécanique entre les deux compartiments est atteint. On suppose également que lors de cette étape aucun échange thermique ne se produit entre le gaz se déversant dans le compartiment B et celui qui reste dans le compartiment A. On note x la quantité de matière présente, en fin d'étape, dans B (état caractérisé par (T_B , P_B)) et donc $n - x$ celle présente, en fin d'étape, dans A (état caractérisé par $(T_A , P_A = P_B)$).

Etape (ii) : On ouvre de nouveau le robinet. L'ensemble du gaz se met alors à l'équilibre mécanique et thermique dans tout le volume du récipient (état caractérisé par $(T_F , P_F , V_F = 2\,V_I)$).

3) Démontrer les expressions $T_A = \dfrac{n}{2\,(n-x)} T_I$ et $T_B = \dfrac{n}{2\,x} T_I$.
4) Montrer que $P_A = \dfrac{P_I}{2}$. En déduire la relation $\dfrac{x}{n} = 1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$.

5) Exprimer les variations d'entropie de chaque sous-système, lors de l'étape (i), respectivement ΔS_A pour les $n-x$ moles de gaz restées en A et ΔS_B pour les x moles qui se sont déversées dans le compartiment B.
6) En déduire la variation d'entropie du système constitué des n moles de gaz lors de l'étape (i), notée $\Delta S_{(i)}$. Vérifier son signe.
7) Justifier l'égalité $T_F = T_I$. Exprimer P_F en fonction de P_I.
8) Soit $\Delta S_{(ii)}$ la variation d'entropie des n moles de gaz lors de l'étape (ii). Vérifier la relation
$$\Delta S_{(ii)} = (n-x)R\ln 2 + \frac{xR\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{2x}{n}.$$
9) Soit ΔS la variation d'entropie du système constitué des n moles de gaz lors du processus complet. Montrer que $\dfrac{\Delta S}{R} = n\ln 2$.

Partie C : Détente isotherme réversible d'un gaz réel

On suppose, dans cette partie, que l'équilibre thermodynamique du gaz étudié est régi par l'équation $\left(P + a\dfrac{n^2}{V^2}\right) = \dfrac{nRT}{V}$. L'énergie interne du système est alors donnée par l'expression

$U = U_0 + \chi T - a\dfrac{n^2}{V}$ (a, U_0 et χ sont trois constantes positives).

1) En quelle unité peut-on exprimer la constante a ?
2) Que représente la constante χ ? En quelle unité peut-on l'exprimer ?

Le système, toujours constitué de n moles, subit une détente isotherme réversible d'un état initial défini par (T_I, V_I) à un état final défini par $(T_F = T_I, V_F > V_I)$.

3) Exprimer le transfert thermique, noté Q, reçu par le système lors de la transformation. Quel est son signe ?