MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA SOUVERAINETÉ
INDUSTRIELLE ET NUMÉRIQUE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de la Concurrence,
de la Consommation et
de la Répression des Fraudes

CONCOURS D'INSPECTEUR
DE LA CONCURRENCE DE LA CONSOMMATION ET DE LA REPRESSION DES FRAUDES DU 17 janvier 2023

Concours externe dominante scientifique

EPREUVE N° 2 : Option G→ Physique

Résolution de problèmes et/ou cas pratiques

(Durée 3 heures - coefficient 1)

L'utilisation de la calculatrice est interdite

Le candidat traitera les 3 problèmes indépendamment

PB 1 : Echauffement d'un matériau (7 points)

On considère un conducteur ohmique homogène, de forme cylindrique (de longueur L et de section circulaire d'aire $S = \Pi a^2$), de masse volumique μ et de capacité thermique massique c constantes. Ce conducteur ohmique étant traversé par un courant électrique longitudinal, sa résistance électrique est donnée par la relation $R = \rho \frac{L}{S}$ (ρ : résistivité électrique du matériau). La résistivité du matériau dépendant de la température, on admet la relation $\rho = \rho_0 (1+\alpha T)$ avec ρ_0 et α deux constantes positives. On supposera que la température est uniforme dans tout le volume du cylindre. On note T_F la température de fusion du matériau.

On considère, dans un premier temps, que le cylindre est parfaitement calorifugé.

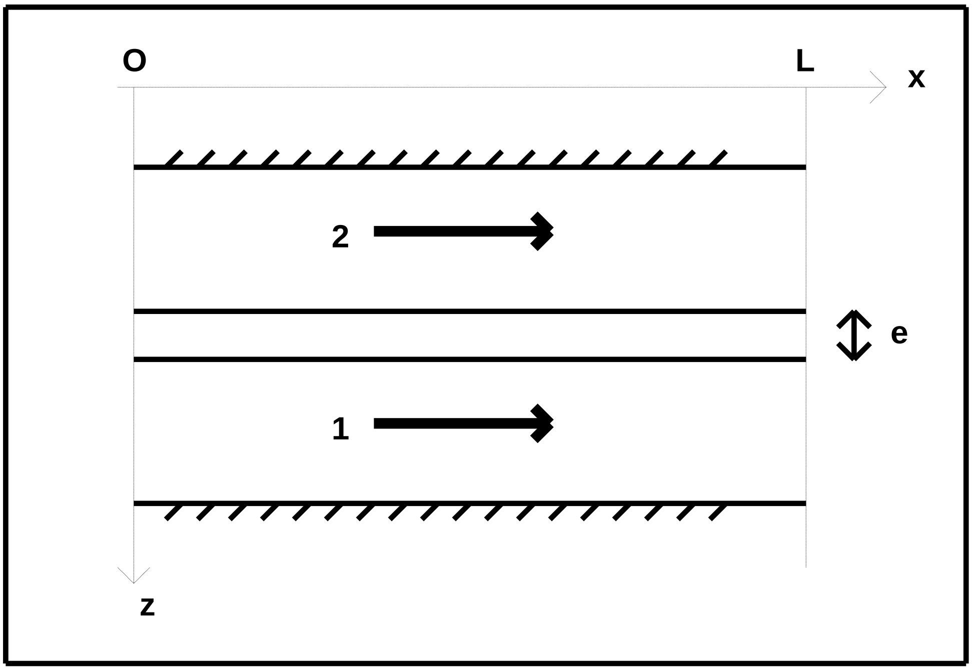
1) Une différence de potentiel, constante, notée U, est appliquée entre les extrémités du cylindre. Celui-ci reçoit donc, à chaque instant, la puissance thermique $P_J = \frac{U^2}{R}$ (effet Joule). Justifier que l'évolution de la température du cylindre est régie par l'équation $\frac{U^2}{R} = \mu c L S \frac{dT}{dt}$.
2) On pose $T(0) = T_0$. Vérifier la relation $k\,t = (T - T_0) + \frac{\alpha}{2}(T^2 - T_0{}^2)$ (on exprimera la constante k en fonction de U, ρ_0, μ, c et L.
3) En déduire que la température évolue selon une loi de la forme $T(t) = \frac{1}{\alpha}\left[-1+\sqrt{At+B}\right]$. Déterminer le signe de la constante A. La fusion du matériau est-elle évitable ?
4) Au lieu d'imposer une tension constante aux bornes du cylindre, on fait désormais en sorte qu'une intensité constante, notée I, le traverse longitudinalement. Justifier que l'évolution de la température du cylindre est régie par une équation de la forme $\frac{dT}{dt} - \frac{T}{\tau} = \frac{1}{\tau\alpha}$ (on exprimera la constante de temps en fonction de ρ_0, μ, c, S, I et α.
5) On pose $T(0) = T_0$. Expliciter l'évolution temporelle $T(t)$. La fusion du matériau est-elle évitable ?

On considère désormais que le cylindre n'est latéralement plus calorifugé. De fait, on définit $h = \frac{P_{SL}}{T - T_{EXT}}$, le rapport, supposé constant, de la puissance surfacique latérale perdue par le cylindre sur l'écart de température avec le milieu extérieur, de température constante T_{EXT}. La température du cylindre est toujours supposée uniforme.
Le cylindre étant traversé longitudinalement par une intensité constante I, l'évolution de sa température est régie par l'équation $R I^2 - h(T - T_{EXT}) 2\Pi a L = \mu c L S \frac{dT}{dt}$.

6) En déduire que la température vérifie une équation de la forme $\frac{dT}{dt} = \frac{T - T_\infty}{\tau'}$. On exprimera les constantes T_∞ et τ' en fonction des données.
7) Montrer que, si l'intensité imposée reste inférieure à une valeur maximale à déterminer, la fusion du matériau peut être évitée.

PB 2 : Echangeur thermique (7 points)

Un échangeur thermique est constitué de deux conduites parallélépipédiques de longueur L selon (Ox) et de largeur l selon (Oy). La conduite supérieure est parcourue, dans le sens des x croissants, par un fluide chaud dont la température est supposée ne dépendre que de l'abscisse x le long de la conduite (on la note donc $T_2(x)$). On note D_{m2} et c_{p2} les débit et capacité thermique (à pression constante) massiques de ce fluide (supposés constants). De même, la conduite inférieure est parcourue, dans le sens des x croissants, par un fluide froid dont la température est supposée ne dépendre que de l'abscisse x le long de la conduite (on la note donc $T_1(x)$). Soit, de même, D_{m1} et c_{p1} les débit et capacité thermique (à pression constante) massiques de ce fluide (supposés constants).



Les échanges thermiques entre les fluides s'effectuent à travers une plaque de faible épaisseur e, constituée d'un matériau de conductivité thermique K. Les coefficients de transfert aux interfaces plaque fluide chaud et plaque fluide froid sont notés h_2 et h_1 (on les suppose indépendants de x). On négligera tout effet de bord ainsi que toute variation d'énergie cinétique.

1) On note $\delta\phi$ la puissance thermique transférée du fluide chaud vers le fluide froid à travers un élément de plaque de largeur l et de longueur dx. Justifier l'expression $\delta\phi = h_{éq}\, l\, dx \left[T_2(x) - T_1(x)\right]$, la grandeur $h_{éq}$ étant définie par la relation $\frac{1}{h_{éq}} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{e}{K}$.

On suppose que les enthalpies massiques des fluides ne dépendent que de la température (écoulements isobares) et on note T_{20} (respectivement T_{10}) la température d'entrée en $x = 0$ du fluide chaud (respectivement froid).

2) Montrer que $\frac{dT_2}{dx}$ et $\frac{dT_1}{dx}$ sont proportionnelles, $\forall x$, à la différence $T_2 - T_1$.
3) On définit le paramètre λ par la relation $\frac{1}{\lambda} = h_{éq}\, l \left[\frac{1}{D_{m2}\, c_{p2}} + \frac{1}{D_{m1}\, c_{p1}} \right]$. Quelle est la dimension de λ ?
4) Achever la détermination des profils de température au sein de l'échangeur, respectivement $T_2(x)$ et $T_1(x)$. Tracer l'allure des courbes représentatives.
5) Soit $T_2(L)$ la température de sortie pour le fluide chaud (respectivement $T_1(L)$ la température de sortie pour le fluide froid). Expliciter la limite du rapport $\frac{T_2(L)}{T_1(L)}$ dans le cas $L \to +\infty$.

PB 3 : Modèle de miroir (6 points)

L'espace est ramené au repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$. Le demi-espace d'équation $z < 0$ est vide, celui d'équation $z > 0$ contient un métal de conductivité électrique $\gamma > 0$. Une onde électromagnétique plane, monochromatique, polarisée rectilignement, se propage dans le vide, selon l'axe (Oz), en direction de l'interface vide métal. On note $\underline{\overrightarrow{E_i}} = \underline{E_0} \exp i(k_i\, z - \omega t)\overrightarrow{u_x}$ la grandeur complexe associée au champ électrique incident ; $\underline{\overrightarrow{E_r}} = \underline{r}\, \underline{E_0} \exp i(k_r\, z - \omega t)\overrightarrow{u_x}$ celle associée au champ électrique réfléchi et $\underline{\overrightarrow{E_t}} = \underline{t}\, \underline{E_0} \exp i(\frac{1+i}{\delta} z - \omega t)\overrightarrow{u_x}$ celle associée à l'onde transmise au sein du métal.

1) Exprimer k_i et k_r en fonction de ω et de c (célérité des ondes électromagnétiques dans le vide).
2) Exprimer δ en fonction de ω, μ_0 et γ. On explicitera la démarche nécessaire.
3) Montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude vérifient le système $\begin{cases} 1 + \underline{r} = \underline{t} \\ 1 - \underline{r} = \underline{\alpha}\, \underline{t} \end{cases}$ avec $\underline{\alpha} = \alpha_0 (1+i)$. On exprimera α_0 en fonction de ω, ε_0 et γ.
4) Exprimer $\underline{r}$ en fonction seulement de $\underline{\alpha}$.

On note P_i (respectivement P_r) la puissance surfacique moyenne transportée par l'onde incidente (respectivement par l'onde réfléchie).

5) Exprimer le rapport $R = \frac{P_r}{P_i}$ en fonction de $\underline{r}$. Vérifier que $R < 1$. Commenter.
6) Déterminer, dans le cadre du modèle du métal parfait, les limites de $\underline{r}$ et R.