MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA RELANCE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de la concurrence
de la consommation
et de la répression des fraudes

CONCOURS D'INSPECTEUR
DE LA CONCURRENCE DE LA CONSOMMATION ET DE LA REPRESSION DES FRAUDES DU 18 janvier 2022

Concours externe dominante scientifique

EPREUVE N° 2 : Option G→ Physique

Résolution de problèmes et/ou cas pratiques

(Durée 3 heures - coefficient 1)

L'utilisation de la calculatrice est interdite

L'usage de la calculatrice (ainsi que de tout dispositif électronique) est interdit.

Le candidat traitera les 3 problèmes indépendants.

PB 1 : Détection d'un seuil de fréquence (7 points)

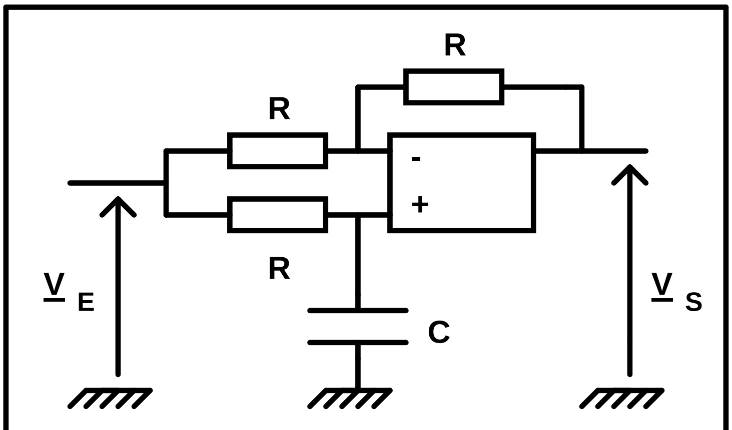
Afin de réaliser un dispositif détectant un seuil de fréquence, on procède à la mise en cascade d'un filtre déphaseur pur, d'un détecteur de phase et d'un comparateur.

On dispose d'un filtre dont la fonction de transfert, en sortie à vide, est donnée par l'expression $\underline{H} = \dfrac{1 - j\tau\omega}{1 + j\tau\omega}$, avec τ constante positive.

<u>Question 1 :</u> Quel est l'ordre de ce filtre ? Expliquez pourquoi celui-ci peut être qualifié de déphaseur pur.

<u>Question 2 :</u> Donnez l'allure du graphe de $\varphi = Arg(\underline{H})$ en fonction de $x = \tau\omega$.

<u>Question 3 :</u> Afin de réaliser ce déphaseur pur, on utilise le montage de la figure 1, dans lequel l'AO fonctionne linéairement. Exprimez, en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω, le potentiel $\underline{V_-}$ en fonction de $\underline{V_E}$ et des éléments du montage. Démontrez la relation $\underline{V_+} = \dfrac{1}{2}\left(\underline{V_S} + \underline{V_E}\right)$. En déduire que la fonction de transfert du filtre correspond bien à la forme souhaitée (On exprimera x en fonction des éléments du montage). Quelle condition la tension d'entrée doit-elle respecter pour assurer le fonctionnement linéaire de l'AO ?



<u>figure 1</u>

Un détecteur de phase (voir figure 2) est constitué de la mise en cascade d'un multiplieur et d'un filtre passe bas. Le multiplieur délivre (fonctionnement hors saturation) un signal de sortie de la forme $w(t) = k\,u(t)\,v(t)$ avec $k = 0{,}1\,V^{-1}$.

Question 4 : On connecte en entrée du multiplieur deux signaux sinusoïdaux de même pulsation ω, de même amplitude, déphasés de φ. Montrez que le signal de sortie est la somme d'un signal constant et d'un signal sinusoïdal dont on déterminera la pulsation.

Question 5 : La tension $w(t)$ étant placée en entrée d'un filtre passe bas, précisez les conditions permettant d'obtenir en sortie de celui-ci, une tension constante proportionnelle à $\cos\varphi$.

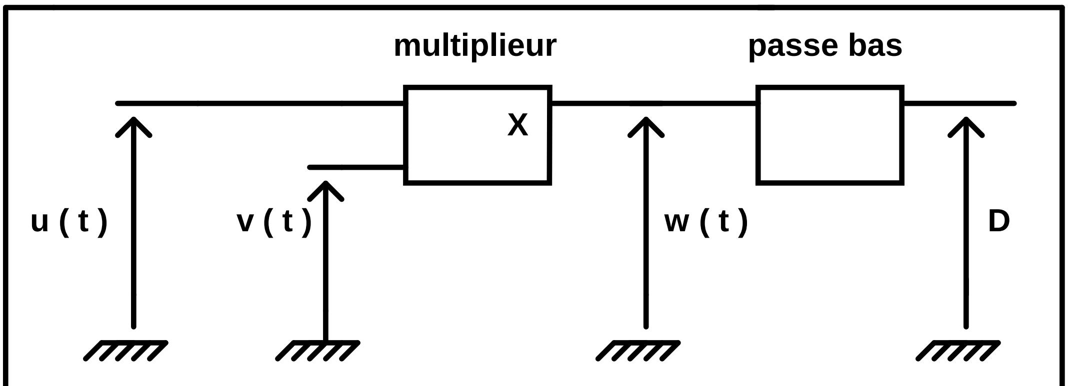


figure 2

On utilise les deux montages étudiés précédemment afin d'obtenir un dispositif fournissant une tension constante dépendant de manière strictement monotone de la fréquence du signal sinusoïdal d'entrée (appelé convertisseur fréquence tension)

Question 6 : Le signal d'entrée, sinusoïdal, de fréquence f, est envoyé simultanément en entrée du déphaseur et sur l'une des entrées du multiplieur. Le signal de sortie du déphaseur est appliqué sur l'autre entrée du multiplieur. Faire un schéma du dispositif complet.

Question 7 : On note D le signal constant récupéré en sortie du filtre passe bas. Vérifiez que celui-ci est proportionnel au rapport $\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

Question 8 : Donnez l'allure du graphe de $D(x)$ (on rappelle la relation $\cos(2\arctan x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$).

Question 9 : Vérifiez que la détermination du signe de D permet de comparer la pulsation du signal d'entrée à la pulsation de référence $\omega_R = \dfrac{1}{\tau}$.

Le signe de D peut être obtenu à l'aide d'un comparateur. Pour réaliser celui-ci, il suffit d'utiliser un AO de la façon suivante : on relie l'entrée inverseuse à la masse du montage et on relie l'entrée non inverseuse au signal dont on veut déterminer le signe. L'état de saturation positive (soit $V_S = +V_{sat}$) correspond ainsi à $D > 0$.

Question 10 : La totalité du dispositif (convertisseur fréquence tension et comparateur) étant câblée, représentez la tension de sortie du comparateur (soit V_S) en fonction de la fréquence f du signal d'entrée.

PB 2 : Compressions brutales d'un gaz parfait (7 points)

Le référentiel terrestre étant supposé galiléen, on note g la norme du champ de pesanteur, supposée constante.

Un cylindre d'axe vertical, de section d'aire Σ, contient un gaz parfait (γ indépendant de la température) dans l'état d'équilibre thermodynamique interne caractérisé par T_0, V_0 et P_0. Le gaz est surmonté d'un piston initialement en équilibre mécanique. L'ensemble du dispositif (cylindre et piston) est en contact avec l'atmosphère dont la pression et la température sont supposées constantes. On a $T_{atm} = T_0$.

On pose un objet de masse M sur le piston, ce qui provoque sa descente brutale. Après plusieurs oscillations, celui-ci se stabilise en une nouvelle position d'équilibre mécanique, la gaz atteignant alors un nouvel état d'équilibre thermodynamique interne caractérisé par T_1, V_1 et P_1.

Question 1 : Exprimez la différence $P_1 - P_0$ en fonction de Σ, M et g.

Question 2 : On note W_P le travail de force de pression reçu par le gaz lors de la transformation qu'il subit. Justifiez l'expression $W_P = P_1 (V_0 - V_1)$.

Le piston et le cylindre sont supposés perméables aux transferts thermiques.

Question 3 : On note m_g la masse du gaz et ΔE_P la variation de son énergie potentielle de pesanteur lors de la transformation. Justifiez le rapport $\dfrac{|\Delta E_P|}{W_P} = \dfrac{m_g}{2M}(1 - \dfrac{V_1}{V_0})$.

On admettra $\dfrac{|\Delta E_P|}{W_P} << 1$.

Question 4 : On note ΔU et ΔS les variations d'énergie interne et d'entropie du gaz lors de la transformation. Justifiez les expressions $\Delta U = 0$ et $\Delta S = -\dfrac{P_0 V_0}{T_0} \ln \dfrac{P_1}{P_0}$.

Question 5 : On note S_C l'entropie crée au sein du gaz lors de la transformation. Vérifiez l'expression $S_C = \dfrac{P_0 V_0}{T_0}\left[-\ln \dfrac{P_1}{P_0} - 1 + \dfrac{P_1}{P_0} \right]$. La transformation subie par le gaz est-elle réversible ?

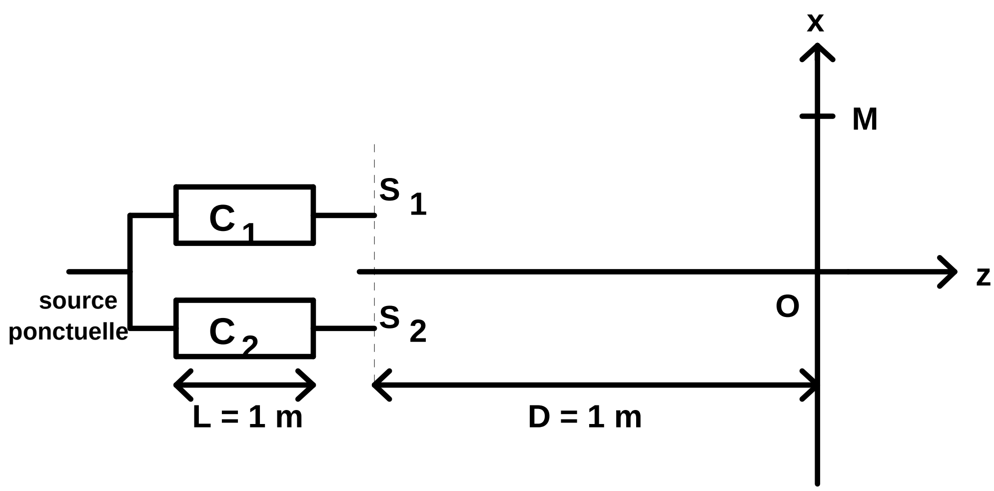
Le piston et le cylindre sont désormais considérés comme de parfaits isolants thermiques.

Question 6 : Exprimez T_1 en fonction de T_0, P_0, P_1 et γ.

Question 7 : Exprimez ΔS en fonction de T_0, V_0, P_0, P_1 et γ. Vérifiez son signe.

PB 3 : Mesure de fraction molaire (6 points)

On utilise un montage de type interférométrique pour mesurer des concentrations de gaz. Le dispositif fonctionne selon le schéma de principe suivant.



Une onde lumineuse monochromatique, de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0{,}6\,\mu m$, issue d'une source ponctuelle est séparée en deux faisceaux, l'un traversant la cuve C_1 jusqu'à la source secondaire S_1, l'autre la cuve C_2 jusqu'à la source secondaire S_2. On pose $S_1S_2 = a = 1mm$. La cuve C_1 contient de l'air d'indice $n_1 = 1{,}0002926$.

Question 1 : La cuve C_2 contenant également de l'air, dans les mêmes conditions de température et de pression, on observe, sur l'écran situé à la distance $D = 1m$ du plan des sources secondaires, un système de franges centré sur l'origine O. Soit i_x l'interfrange observé. Retrouvez l'expression $i_x = \lambda_0 \dfrac{D}{a}$. Faire l'application numérique.

Question 2 : On remplace l'air contenu dans la cuve C_2 par un gaz G d'indice n_2. On constate que le système de franges s'est translaté vers le bas de (70 ± 1) interfranges. En déduire la relation $n_2 - n_1 = (70 \pm 1)\dfrac{\lambda_0}{L}$.

Question 3 : On obtient ainsi la relation $n_2 - 1 = (n_1 - 1) + (70 \pm 1)\dfrac{\lambda_0}{L}$, ce qui donne numériquement $n_2 - 1 = (3{,}346 \pm 0{,}006)\,10^{-4}$. Quel est l'ordre de grandeur de la précision relative ainsi obtenue pour cette mesure de n_2 ?

Question 4 : La cuve C_2 contenant désormais de l'air et une petite quantité de gaz G (toujours dans les mêmes conditions de température et de pression) on admet que son indice est donné par la relation $n = n_1 + f\,(n_2 - n_1)$ avec f fraction molaire du gaz G. On note $f_{\min}$ la valeur minimale mesurable du coefficient f, sachant que le plus petit déplacement décelable du système de franges est de $\dfrac{i_x}{10}$. Exprimer $f_{\min}$ en fonction de λ_0, n_1, n_2 et L. On obtient numériquement $f_{\min} = 1{,}43.10^{-3}$.

On remplace désormais l'observation à l'œil par l'utilisation, toujours dans la même configuration, d'un capteur photosensible. Celui-ci fournit un signal S proportionnel au flux lumineux total qu'il reçoit sur sa face d'entrée considérée comme un rectangle, centré en $M_0\,(x_0\,, y = 0)$, de largeur $b = 10^{-4}\ m$ selon (Ox) et de longueur c selon (Oy). On note Δ la différence de marche introduite par les cuves. Le signal S est donc égal, à une constante multiplicative près, à l'intégrale $\displaystyle\int_{x_0-\frac{b}{2}}^{x_0+\frac{b}{2}} \left[1 + \cos 2\Pi\left(\frac{\Delta}{\lambda_0} + \frac{x}{i_x}\right) \right] dx$. On introduit l'expression $V(b) = \dfrac{\sin\left(\Pi \frac{b}{i_x}\right)}{\Pi \frac{b}{i_x}}$.

Question 5 : Vérifiez l'expression $S(x_0\,, \Delta) = S_0 \left[1 + V(b) \cos 2\Pi\left(\dfrac{\Delta}{\lambda_0} + \dfrac{x_0}{i_x}\right) \right]$ (S_0 étant une constante multiplicative définie, dans le cas $V = 1$ (irréaliste), par $S_0 = \dfrac{1}{2} S(0, 0)$).

Question 6 : Un calcul numérique fournit $V(b) = 0{,}95$. Le capteur utilisé est-il bien choisi ?

En réalisant deux manipulations successives, on accède en fait à la différence $\delta S = \left| S(x_0, \Delta) - S(x_0, 0) \right|$. Pour être décelée, celle-ci doit être supérieure à $\frac{S_0}{2}$.

Question 7 : On note $\Delta_{\min} = f_{\min}(n_2 - n_1)L$ ($f_{\min}$ étant la nouvelle valeur minimale mesurable du coefficient f). Vérifiez la relation $\Delta_{\min} = \frac{\lambda_0}{4\Pi V(b)}$, sachant que l'on choisit x_0 pour être dans des conditions optimales.

Question 8 : On obtient numériquement $f_{\min} = 1{,}18.10^{-3}$. Commentez.