MINISTÈRE
DE L'ÉCONOMIE,
DES FINANCES
ET DE LA SOUVERAINETÉ
INDUSTRIELLE ET NUMÉRIQUE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de la concurrence de la consommation et de la répression des fraudes

CONCOURS D'INSPECTEUR DE LA CONCURRENCE DE LA CONSOMMATION ET DE LA REPRESSION DES FRAUDES DU 16 janvier 2024

Concours externe dominante scientifique et technologique

EPREUVE N° 2 : Option G→ Physique

Résolution de problèmes et/ou cas pratiques

(Durée 3 heures - coefficient 1)

L'utilisation de la calculatrice est interdite

L'usage de la calculatrice (ainsi que de tout dispositif électronique) est interdit.

Le candidat traitera les 3 problèmes indépendamment.

Problème 1 : Mouvement d'un engin spatial (9 points)

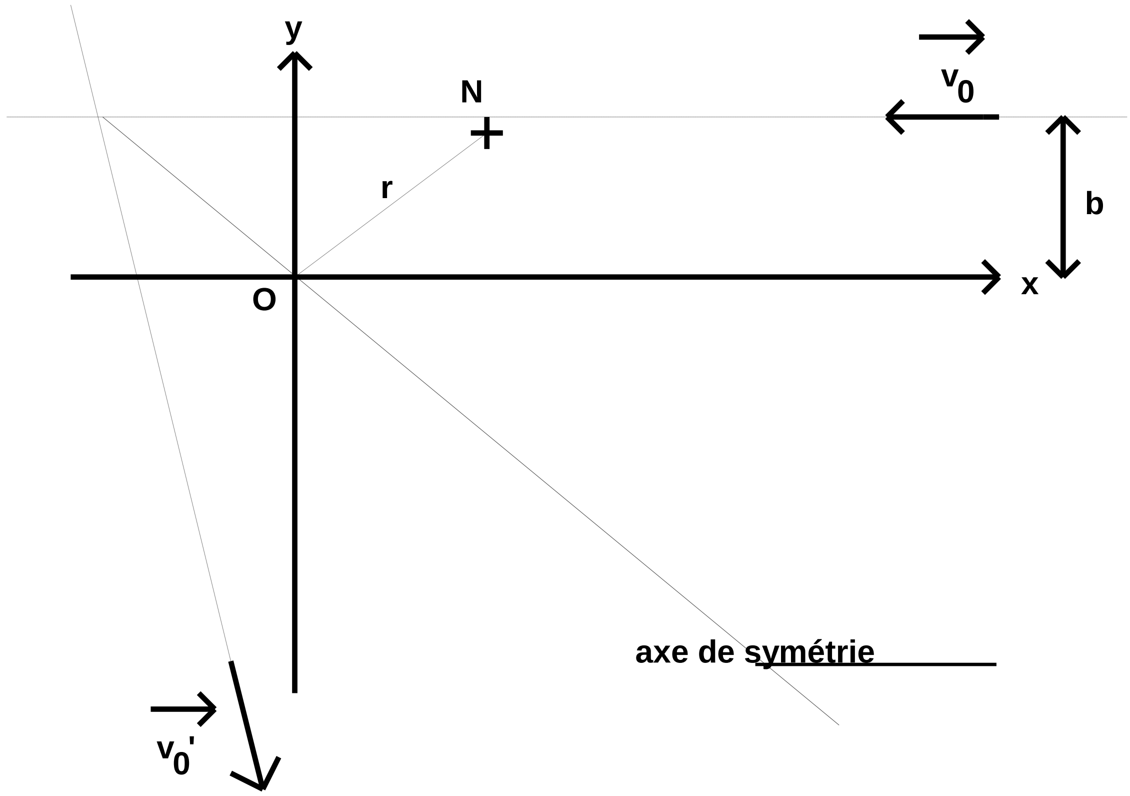
Ce problème traite du mouvement d'un engin spatial non motorisé au voisinage d'un astre considéré comme une distribution de masse à symétrie sphérique, de centre O et de masse totale M. Le mouvement de l'engin spatial, assimilé à un point matériel N, de masse m, sera étudié dans un référentiel (R) d'origine O, supposé galiléen. L'astre est dépourvu d'atmosphère et, à aucun moment, l'engin spatial ne rencontrera la surface de l'astre. On notera G la constante de gravitation universelle.

Partie A : Considérations générales

1) Soit $\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$ les position et vitesse initiales, non nulles, de N dans (R). Montrer que, si $\vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0 \neq \vec{0}$, la trajectoire de N est incluse dans un plan que l'on définira.
2) Le plan du mouvement étant ramené au système d'axes cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, on utilisera les coordonnées polaires d'axe $[Ox)$, notées (r, θ). Soit $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ les position et vitesse instantanées de N. Exprimer ces deux vecteurs dans la base locale des coordonnées polaires.
3) Montrer que les coordonnées radiale et orthoradiale de N vérifient, à chaque instant, la relation $r^2(t)\dot{\theta}(t) = C$ avec C une constante.
4) Montrer que l'énergie potentielle de gravitation du point N peut se mettre sous la forme $E_P = -\frac{K}{r}$ avec K une constante à déterminer.
5) On rappelle que la trajectoire de N est régie par l'équation $r(\theta) = \frac{p}{1+e\cos(\theta-\theta_E)}$ avec $p = \frac{C^2}{GM}$, $e \geq 0$ (excentricité) et $\theta_E \in [0, 2\pi[$, et que son énergie mécanique est donnée par l'expression $E = \frac{m}{2}\frac{C^2}{p^2}\left(e^2-1\right)$. Dans le cas $E > 0$, quelle est la forme de la trajectoire ?

Partie B : déviation d'une sonde spatiale

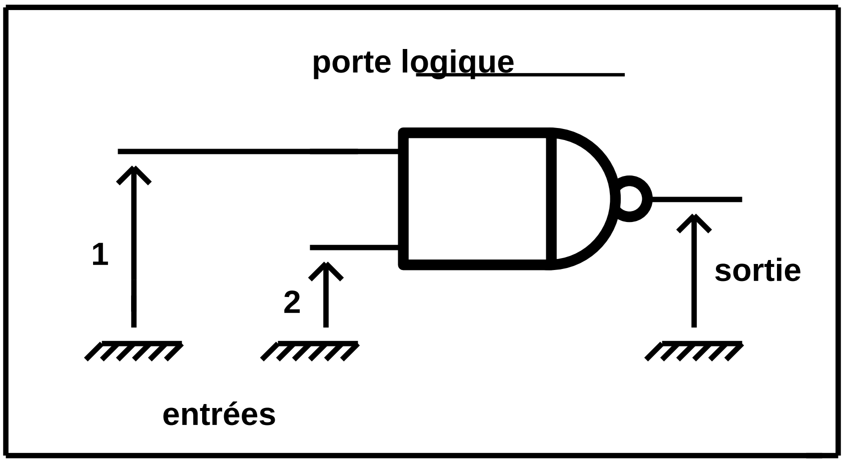
Le point matériel N représente une sonde spatiale de masse m, évoluant au voisinage d'un astre, dans un état de diffusion d'énergie strictement positive. On utilisera les notations définies en préambule et dans la partie A. La figure qui suit montre les asymptotes, l'axe de symétrie de la trajectoire ainsi que la position, toujours repérée en coordonnées polaires d'axe $[Ox)$, de la sonde à un instant quelconque. Elle définit également les conditions à l'infini : avant déviation, la sonde est de vitesse $\vec{v_0} = -v_0 \vec{u_x}$ et de paramètre d'impact b ; après déviation, elle est de vitesse $\vec{v_0}'$. Soit $D = (\vec{v_0}, \vec{v_0}') \in [0, \pi]$ la déviation de la sonde.



1) Soit C la constante des aires. Justifier l'expression $C = bv_0$.
2) Montrer que θ_E (valeur de θ définissant l'axe focal) vérifie la relation $\cos\theta_E = -\frac{1}{e}$.
3) Exprimer la déviation D de la sonde en fonction de θ_E.
4) Soit S le point d'intersection de la trajectoire et de son axe de symétrie. Montrer que l'excentricité de la trajectoire est donnée par la relation $e = \frac{b^2 + r_S^2}{b^2 - r_S^2}$ avec $r_S = d(O,S)$.
5) Déduire des questions précédentes que la déviation de la sonde est donnée par la relation $\tan\frac{D}{2} = -\frac{K}{mv_0^2 b}$.

Problème 2 : Oscillateur à portes logiques (5 points)

Une porte logique est un dispositif actif comprenant deux entrées et une sortie logiques. Chaque signal (d'entrée ou de sortie) est un signal numérique à deux états (l'état 0 correspondant à une tension nulle et l'état 1 correspondant à une tension $E > 0$).

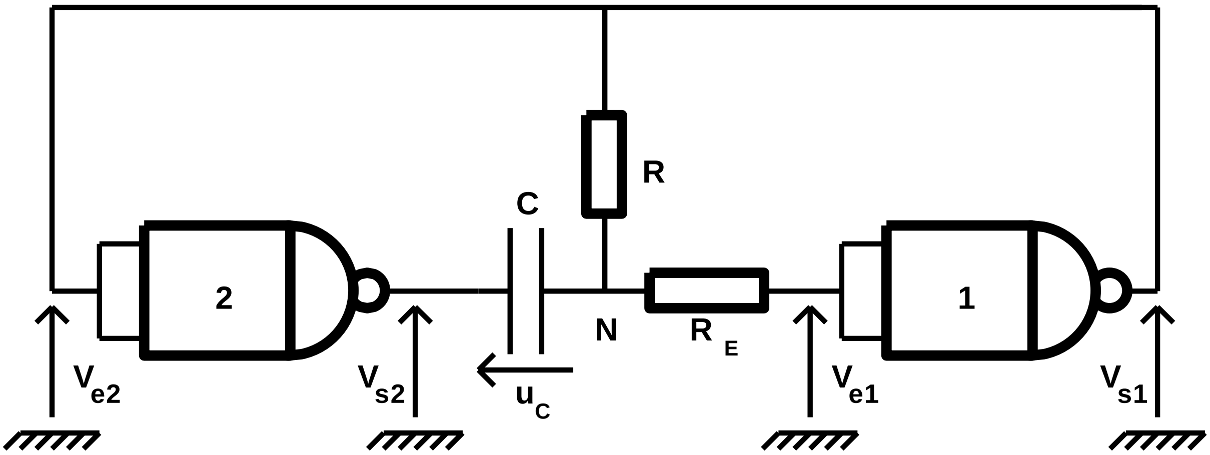


Pour la porte logique « NON ET », les quatre cas possibles sont regroupés dans le tableau suivant :

Entrée 1	0	1	0	1
Entrée 2	0	0	1	1
Sortie	1	1	1	0

1) Le même état (0 ou 1) étant envoyé à chaque entrée, justifier le nom d'inverseur logique pour le dispositif ainsi constitué.

oscillateur à inverseurs logiques



On étudie désormais le montage ci-dessus, comprenant deux inverseurs logiques, deux résistances $R = 20 k\Omega$ et $R_E = 1 M\Omega$ et un condensateur de capacité $C = 100\ nF$. La résistance R_E étant très élevée, on fera l'hypothèse que celle-ci est parcourue par une intensité nulle. Lors du fonctionnement de l'oscillateur, les tensions de sortie des inverseurs logiques sont des fonctions constantes par morceaux, des déclenchements se produisant périodiquement. **2)** Hors déclenchement des inverseurs logiques, montrer que la tension aux bornes de la capacité

vérifie une expression de la forme $u_C(t) = K \exp(-\frac{t}{\tau}) + K'$ (on exprimera la constante τ en fonction des données).

On réalise une saisie numérique du potentiel du nœud N, noté $V_N(t)$ (voir le document page suivante).

3) Commenter la forme de courbe obtenue.

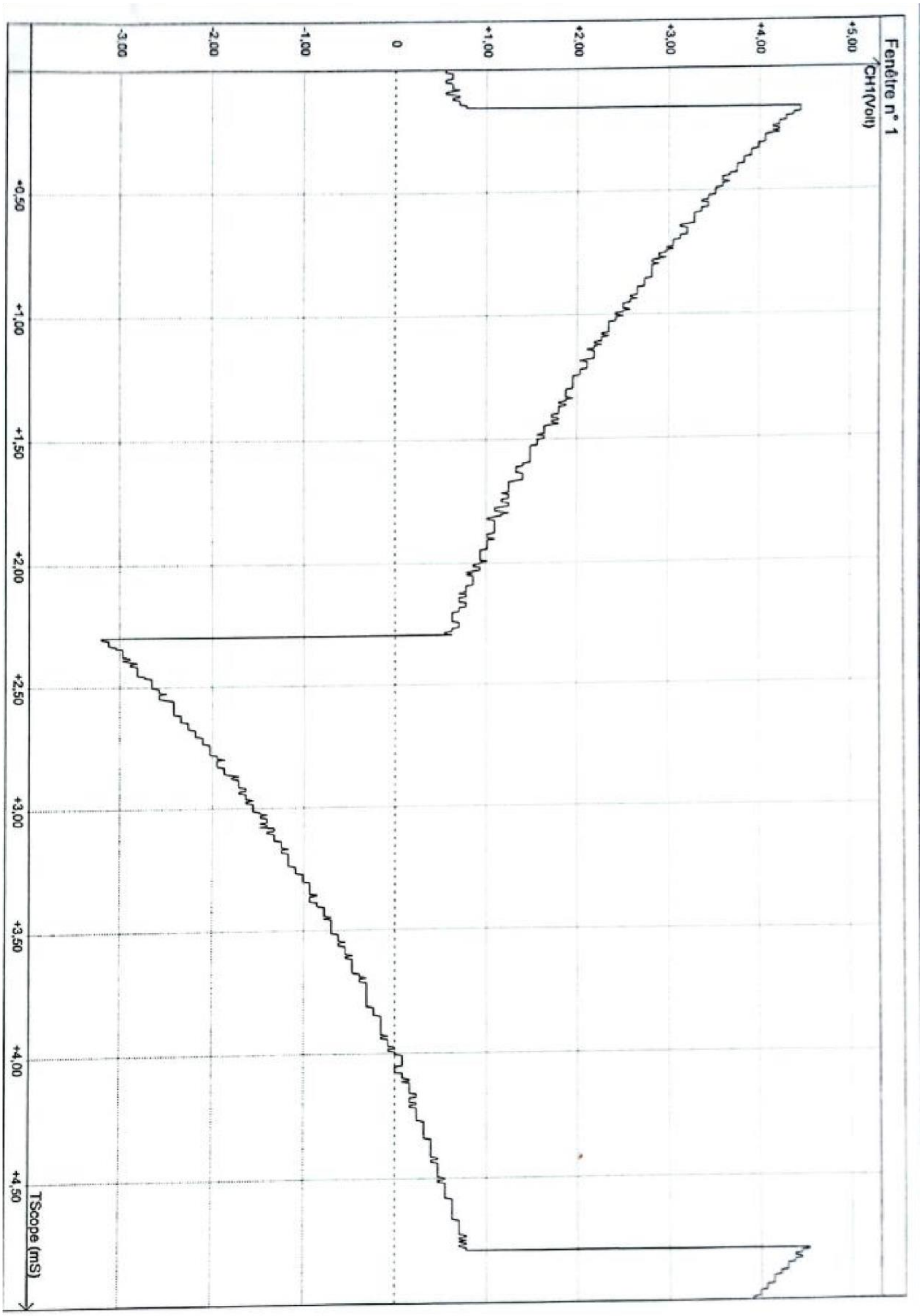
Afin de mesurer précisément la constante de temps τ, on adopte la démarche suivante : sur un intervalle d'évolution exponentielle de $V_N(t)$, on évalue $V_0 = V_N(t = 0)$,

$V_1 = V_N(t_1)$ et $V_2 = V_N(t_2 = 2t_1)$ (le choix de l'origine du temps étant arbitraire et la durée t_1 adaptée). On définit les paramètres $F_1 = V_1 - V_0$ et $F_2 = V_2 - V_0$.

4) Montrer que la constante τ est fournie par l'expression $\tau = -\dfrac{t_1}{\ln\left(\dfrac{F_2}{F_1} - 1\right)}$.

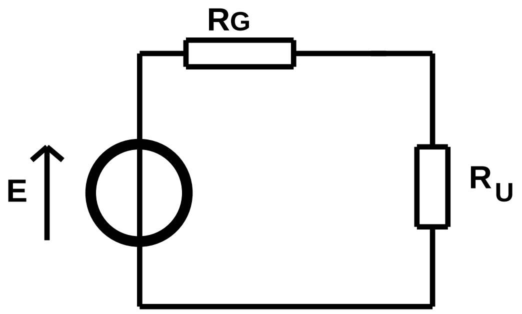
5) On choisit, sur le document fourni, les instants correspondant à $2{,}5\,ms$, $3{,}5\,ms$ et $4{,}5\,ms$).
Evaluer t_1, V_0, V_1 et V_2.

6) Les données expérimentales recueillies fournissent le résultat $\tau = 2{,}16\,ms$. Comparer avec la valeur théorique.



Problème 3 : Montage suiveur en régime permanent (6 points)

Un générateur, de force électromotrice E et de résistance interne R_G, alimente directement un conducteur ohmique de résistance R_U.



1) On note P_C la puissance consommée par la résistance R_U. Justifier l'expression $P_C = R_U \frac{E^2}{(R_U + R_G)^2}$.

2) Soit P_F la puissance fournie par la force électromotrice E. Exprimer $\frac{P_C}{P_F}$ en fonction seulement de R_U et de R_G.

On intercale désormais, entre générateur et conducteur ohmique, un montage actif (voir figure 1). L'amplificateur opérationnel utilisé n'étant pas idéal (résistance d'entrée R_E non infinie, résistance de sortie R_S non nulle, gain A non infini) son fonctionnement est conforme au schéma de la figure 2.

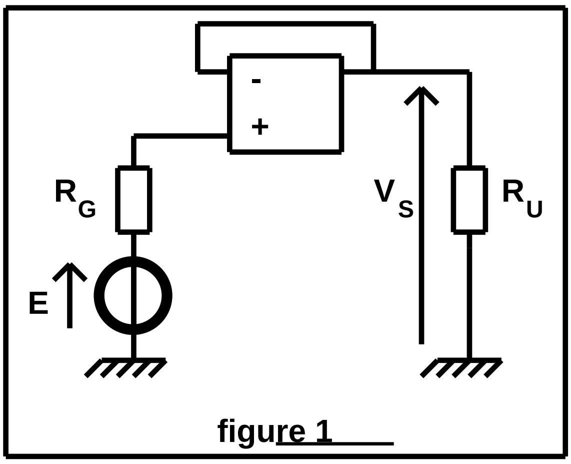


figure 1

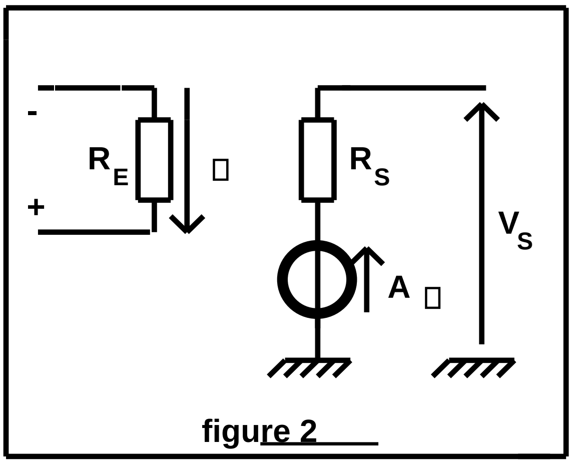


figure 2

3) Justifier la relation $V_S + \square = \frac{R_G V_S + R_E E}{R_G + R_E}$. On définit le rapport $\square = \frac{V_S}{E}$. Démontrer l'expression $\square = \frac{R_U (R_S + AR_E)}{\quad}$.

$$(R_S+R_U)(R_E+R_G)+R_U(R_S+AR_E)$$

4) Soit P_C' la puissance consommée par R_U et P_F' la puissance fournie par la force électromotrice E. Montrer que $\frac{P_C'}{P_F'} = \frac{\square_2}{1-\square}\frac{R_G+R_E}{R_U}$.

5) Que deviennent les expressions de $\square$ et de $\frac{P_C'}{P_F'}$ dans la limite $R_S \to 0$? Commenter le fait que $\square$ ne dépende alors plus de R_U.

6) Simplifier encore les expressions précédentes dans la limite $R_E \to +\square$. Commenter le fait que $\square$ ne dépende alors plus de R_G. Comment interpréter la limite obtenue pour le rapport $\frac{P_C'}{P_F'}$?

7) Que deviennent ces expressions dans le cadre du modèle de l'amplificateur opérationnel idéal ?

8) Exprimer, toujours dans le cadre du modèle de l'amplificateur opérationnel idéal, P_C' en fonction seulement de E et R_U. En déduire le rapport $\frac{P_C'}{P_C}$. Commenter.

FIN